π im Reißverschluss

Günter Dreeßen-Meyer

Die Irrationalität ist in der 8. Klassenstufe angekommen. Kreise und Zylinder sollen berechnet werden, also wird die Kreiszahl π benötigt. Natürlich stellen aufgeweckte Schülerinnen und Schüler die Frage nach der besonderen Art dieser Zahl. Es kommt die Frage nach der Berechenbarkeit dieser Zahl. In vielen Schulbüchern, wie z. B. in Elemente der Mathematik 8 gibt es in diesem Zusammenhang Ausflüge in die Geschichte der Mathematik.

Die Einteilung der rationalen Zahlen in endliche und periodische Dezimalzahlbrüche ist für alle Schüler nachvollziehbar. Die notwendigen Umformungen sind verständlich und begreifbar. Schön ist es in diesem Zusammenhang mit dem Programm DERIVE sowohl z.B. den Bruch $\frac{1}{97}$ und die Zahl π auf 1000 Dezimalstellen darzustellen und zu projizieren. Die Periode des Bruches ist findbar, bei π haben die Schüler keinen Erfolg.

Aber kann man den Schülern dieser Klassenstufe eine Intervallschachtelung rationaler Zahlen mit π im Zentrum zumuten?

Ein Versuch lohnt sich

Die Leibniz'sche Reihe, sie verführte Leibniz zum Spruch „Gott freut sich über die ungeraden Zahlen." (Griesel, 2006), konvergiert: $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots\ldots$. Das Vierfache der Reihe konvergiert also gegen π.

Untersucht wird diese Reihe mit dem TI-Nspire™ CAS. Hierzu wird eine Tabellenkalkulation und eine Graphikseite geöffnet. Auf der Graphik-Seite wird einen Schieberegler n für die Länge der Partialsummen eingefügt: $n = 0,1,2,\ldots.,80$.

In der Tabellenkalkulation wird dann die erste Spalte über den Befehl $seq(k,k,0,n)$ definiert und somit mit den natürlichen Zahlen von 0 bis n gefüllt. Für die zweite Spalte wird der Befehl $seq\left((-1)^k \cdot \frac{4}{2k+1}, k, 0, n\right)$ verwendet. In der dritten Spalte wird die kumulierte Summe der zweiten Spalte gebildet. Die erste und die dritte Spalte werden als Streudiagramm graphisch dargestellt. Wird jetzt der Wert des Schiebereglers erhöht, so aktualisiert sich die Tabellenkalkulation, in der Graphik kommt ein nächster Punkt hinzu. Die neuen Punkte mit rationalen Koordinaten springen rauf und runter, sie ziehen sich weiter zusammen, sie bilden eine rationale Schachtelung, sie verzahnen sich und greifen auf die Zahl π zu.

	A anz	B leibniz	C summe	D
◆	=seq(k,k,(	=seq((-1)^	=cumulati\	
1	0	4	4	
2	1	-4/3	8/3	
3	2	4/5	52/15	
4	3	-4/7	304/105	
5	4	4/9	1052/315	
6	5	-4/11	10312/3...	
7	6	4/13	147916/...	
8	7	-4/15	135904/...	
9				

C8 $= \frac{135904}{45045}$

Abb. 1

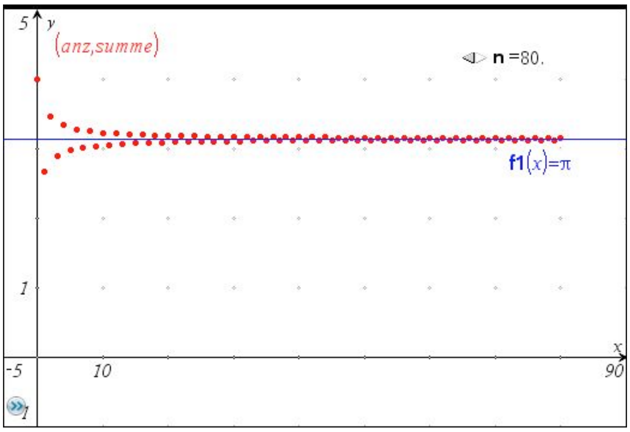

Abb. 2

Literatur:

[1] Griesel, H. u.a.: Elemente der Mathematik 8, Schroedel Verlag, Braunschweig, 2006.

Autor

Günter Dreeßen-Meyer, Berlin (D)

G.Dreessen-Meyer@gmx.de