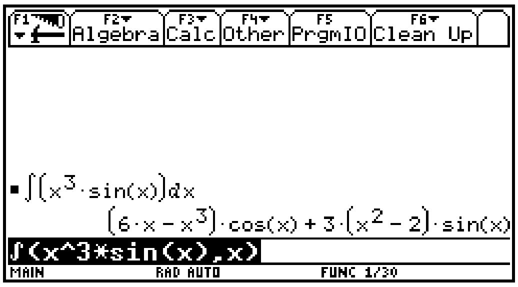
Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar?

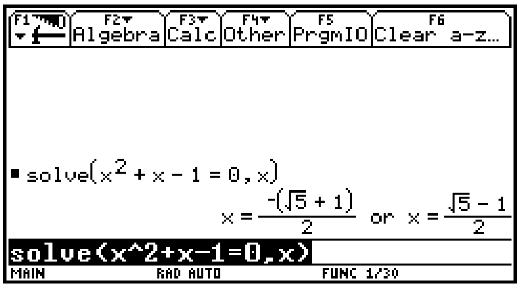
Wilfried Herget (Halle, D)
Helmut Heugl (Wien, A)
Bernhard Kutzler (Leonding, A)
Eberhard Lehmann (Berlin, D)

Zusammenfassung: Wir gehen der Frage nach, welche handwerklichen Rechenfertigkeiten trotz der Verfügbarkeit algebraischer Taschenrechner und Computer mit Computeralgebra-Systemen (CAS) unverzichtbar sind: Was sollte auch in Zukunft jede Schülerin und jeder Schüler noch „per Hand", d. h. allein mit Schreibstift und Papier, können? Dieser Text entstand in einer zweitägigen Diskussion der vier Autoren zu diesem Thema. Das vorliegende Ergebnis ist sicherlich eine Herausforderung – wir möchten damit zu einer breiten Diskussion über im Mathematikunterricht zu vermittelnde unverzichtbare Rechenkompetenzen beitragen bzw. eine solche in Gang setzen.

Computeralgebra-Systeme (CAS)

Computeralgebra-Systeme (CAS) sind Rechenwerkzeuge, die die Ausführung algebraischer Rechenkalküle automatisieren. CAS können Terme vereinfachen, Funktionen symbolisch differenzieren und integrieren, Graphen zeichnen, Gleichungen und Gleichungssysteme lösen, Matrizen bearbeiten usw. Kurz: Sie helfen bei den meisten Inhalten, die heute im Fach Mathematik an den Schulen gelehrt werden.





Weit verbreitete CAS an deutschen und österreichischen Schulen sind das Computerprogramm Derive und die Taschenrechner TI-92 und TI-89. Einführungen in die Bedienung dieser Werkzeuge sind [Kutzler&Kokol-Voljc 2000] für Derive 5, [Kutzler 1996] für den TI-92 und [Kutzler 1998] für den TI-89.

Solche Werkzeuge werden bald ebenso selbstverständlich sein, wie es heute numerische Taschenrechner sind. Damit werden Aufgaben wie „Differenziere $x^3 \sin^2(4x+5)$ " ebenso leicht dem technischen Hilfsmittel übertragen werden können, wie dies heute ganz selbstverständlich etwa beim Berechnen von $\cos(1,3786)$ oder $\sqrt{5,67}$ geschieht. Die obigen Bildschirmabdrucke zeigen derartige Möglichkeiten.

Ausgangspunkt

Wir gehen aus von einer zweigeteilten Prüfung, bei der ein Teil ohne moderne technische Hilfsmittel stattfindet – es darf also nicht einmal ein einfacher wissenschaftlicher Taschenrechner verwendet werden – während beim zweiten Teil Technologie[1] wie insbesondere leistungsfähige Taschenrechner und Computer mit CAS eingesetzt werden dürfen. Dieses Modell einer zweigeteilten Prüfung wird in manchen Ländern, z. B. in Österreich, erprobt; in anderen Ländern, z. B. in England, wird es bereits eingesetzt. Dieser Ansatz *könnte ein Kompromiss* sein, um sowohl den Wünschen der Technologie-Befürworter als auch den Vorbehalten der Technologie-Gegner zu entsprechen. Prinzipielle Gedanken zu einer zweigeteilten Prüfung sind in [Kutzler 1999] formuliert.

Wir stellen uns im Folgenden eine fiktive *schriftliche* technologie-freie Prüfung vor und suchen nach Aufgaben und Aufgabentypen, die in einer derartigen Prüfung gestellt werden könnten.

Die Grenzziehung zwischen Aufgaben, die bei einer technologie-freien Prüfung gestellt würden, und Aufgaben, die bei einer solchen Prüfung nicht gestellt werden sollten, läuft auf die eingangs gestellte Frage hinaus, welche handwerklichen Rechenkompetenzen Schülerinnen und Schüler heute noch haben sollten. Die fiktive Prüfungssituation ist für uns daher Mittel zum Zweck. Unsere Diskussion und die dabei erzielten Ergebnisse haben eine weit über Prüfungssituationen hinausgehende Bedeutung. Sie ist fundamental für eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in den nächsten Jahren und Jahrzehnten.

Nachdem die Bedeutung der Rechenfertigkeiten neu überdacht und stark zurückgedrängt wurde, ist es besonders wichtig, die sich daraus für den Unterricht ergebenden Konsequenzen zu diskutieren. Mit diesem Thema werden wir uns im Anschluss an diese Arbeit beschäftigen.

Drei Töpfe

Die gesuchte Grenze ist fließend und hängt von vielen Parametern ab. Wir versuchen eine möglichst allgemeingültige Antwort und schaffen dazu drei „Töpfe“, die wir –T, ?T und +T nennen.

Der erste Topf, –T (= ohne Technologie), beinhaltet jene Aufgaben, die bei einer technologie-freien Prüfung zu stellen wären. In diesen Topf kommen also all jene Aufgaben, von denen wir erwarten, dass Schülerinnen und Schüler sie ohne Zuhilfenahme *irgend*eines Taschenrechners oder Computers lösen können.

Der dritte Topf, +T (= mit Technologie), beinhaltet jene Aufgaben, die bei einer solchen Prüfung nicht gestellt werden sollten, d. h. bei der Lösung dieser Aufgaben darf ein leistungsfähiger Taschenrechner oder ein Computer mit CAS verwendet werden.

Der zweite Topf, ?T, spiegelt unsere Zweifel, unsere unterschiedlichen Einstellungen und zum Teil auch die grundsätzliche Problematik dieses Themas wieder. Bei den in diesem Topf gelandeten Aufgaben gingen die Meinungen der vier Autoren auseinander, oder wir waren uns einig, dass wir keine Zuordnung zu einem der beiden anderen Töpfe vornehmen wollten oder konnten. Dieser Topf kennzeichnet, wie fließend die Grenze für uns (noch) ist.

Wo immer es machbar war, haben wir das Spektrum und die Grenzen eines konkreten Aufgabentyps dadurch abgesteckt, dass wir vergleichbare Aufgabenvarianten für –T und +T angegeben haben.

Die durch den Topf –T bezeichneten Rechenfertigkeiten sollen ab der 8. Jahrgangsstufe gelten bzw. ab jener Jahrgangsstufe, in der der betreffende Stoff behandelt wird. Diese Rechenfertigkeiten sollen dann über die jeweilige Jahrgangsstufe hinaus dauerhaft erhalten bleiben und jederzeit gefordert werden können.

---

[1] Hier müßte es richtig „Technik“ oder „Rechner“ heißen. Das Wort „Technologie“ ist laut DUDEN „die Lehre von der Umwandlung von Rohstoffen in Fertigprodukte.“ Allerdings hat sich in der Literatur zur Verwendung von Taschenrechnern und Computern im Unterricht die Verwendung dieses Wortes eingeschliffen, weshalb wir – um Verwirrungen zu vermeiden – das Wort in diesem Text ebenso einsetzen.

Andere Kompetenzen

Neben der Rechenkompetenz gibt es auch noch andere, wichtige Kompetenzen, die ihre Bedeutung im CAS-Zeitalter behalten oder sogar an Bedeutung gewinnen – jedenfalls unverzichtbar sind (siehe auch [Heugl 1999]). Beispiele solcher Kompetenzen sind:

- die Kompetenz, Terme zu finden
- die Strukturerkennungskompetenz
- die Testkompetenz
- die Visualisierungskompetenz
- die Kompetenz, Technologie passend einzusetzen
- die Kompetenz, Rechnerarbeit passend zur Aufgabenstellung zu dokumentieren.

Zur Visualisierungskompetenz gehört z. B. die Fähigkeit, eine „richtige Handbewegung“ ausführen zu können, wenn der Verlauf des Graphen von zum Beispiel x^2 oder $\sin(x)$ gefragt ist.

In der Gesamtheit der im Mathematikunterricht zu vermittelnden Kompetenzen kommt der Rechenkompetenz eine wichtige Rolle zu. Sie zu vermitteln ist nicht nur Selbstzweck (dann wäre ihre Bedeutung angesichts leistungsfähiger Rechner sehr in Frage gestellt!), sondern in einem gewissen Rahmen auch erforderlich für den Erwerb und die Nutzung „höherer“ Kompetenzen wie den oben genannten. Daher spielen die genannten und weitere Kompetenzen bei der Bewertung der Bedeutung von Rechenfertigkeiten eine mitentscheidende Rolle und waren deshalb auch Inhalt unserer Diskussion. Zum Teil geht das aus den Kommentaren hervor, die zu einigen Aufgaben gegeben werden.

Unser Ziel

Es ist unser Ziel, mit diesem Bericht die erforderliche und zum Teil schon überfällige Diskussion über inhaltliche, didaktisch-methodische und organisatorische Konsequenzen des Einsatzes von CAS und anderer Mathematik-Software in Gang zu bringen bzw. zu fördern. Dieser Text ist daher bewusst herausfordernd, vielleicht sogar provokativ. Es gilt, sich der Herausforderung durch die neuen Möglichkeiten zu stellen und daraus Konsequenzen zu ziehen. Das verlangt insbesondere auch die Bereitschaft, von Vertrautem Abschied zu nehmen, wenn dies als sinnvoll oder sogar unvermeidbar erkannt wird.

Keineswegs bedeutet dies, dass wir für eine Trivialisierung des Mathematikunterrichtes eintreten. Mit dem in den folgenden Tabellen zum Ausdruck gebrachten geringen Ansprüchen bei handwerklichen Rechenfertigkeiten wird zugleich unsere Überzeugung ausgedrückt, dass CAS bald zu einem Standardwerkzeug des Mathematikunterrichtes und der Mathematikanwender gehören wird. In der Folge wird Mathematik nutzbarer und damit sehr wahrscheinlich auch insgesamt anspruchsvoller, keinesfalls aber trivialer. Wir wollen nach der unglücklichen Diskussion zum Thema „7 Jahre Matheunterricht sind genug“ nicht eine ebensolche zum Thema „Triviale Termumformungen sind genug“ aufkommen lassen. Zentral für uns ist eine Unterscheidung zwischen den Zielen „Rechnungen ausführen können“ (das kann teilweise an den Rechner delegiert werden) und „über Strategien entscheiden können“ (das kann der Rechner ***nicht*** übernehmen.)

Selbstverständlich haben die folgenden Darlegungen Auswirkungen auf viele Bereiche des Mathematikunterrichts und sein Umfeld: Auf die Unterrichtsführung, auf neuartige Übungsformen, auf Hausarbeiten, Lehrpläne, auf die Unterrichtsinhalte in den späteren Jahrgängen, auf die erforderlichen Kompetenzen der Lehrenden usw. Wir haben solche Aspekte zwar andiskutiert, aber nicht ausdiskutiert. Sie werden deshalb hier nicht angesprochen.

Aufgaben und Aufgabentypen

Wir beschränken uns in dieser Arbeit auf Aufgaben, zu deren Lösung leistungsfähige Taschenrechner und Computer mit CAS verwendet werden können.

Arithmetik

	–T (ohne Technologie)	*?T*	*+T (mit Technologie)*
01	Berechne $3 \cdot 40$		Berechne $3.2987 \cdot 4.1298$
02	Berechne $\sqrt{81}$		Berechne $\sqrt{80}$ auf ... Stellen
03	Schätze $\sqrt{80}$		Ziehe teilweise die Wurzel: $\sqrt{80}$
04			Berechne $\sqrt{11 \cdot \sqrt[3]{11}}$
05	Faktorisiere 15		Faktorisiere 30

Das Beispiel $\sqrt{80}$ (mit den Varianten –T03, +T02 und +T03) zeigt, wie wichtig die Aufgaben-Formulierung für die Entscheidung, in welchen Topf die Aufgabe kommt, ist. Je geringer die Bedeutung der handwerklichen Rechenfertigkeit, desto höher ist die Bedeutung einer passenden Aufgabenformulierung, um die Zielsetzung der Aufgabe zu verdeutlichen. An weiter unten gegebenen Aufgabentypen wird das noch klarer. Beim Lernziel „Werte schätzen können" waren wir uns einig, dass diese Fähigkeit weit über das Beispiel (–T03) hinaus erwünscht, also allgemein so wichtig ist, dass es ohne Rechnereinsatz erreicht werden sollte. Dennoch kann hier der Einsatz eines Rechners im Unterricht sinnvoll sein, zum Beispiel als Kontrollwerkzeug, um die Güte der Schätzung zu prüfen – und den Fehler zu bestimmen – oder den Sinn des Schätzens überhaupt zu verdeutlichen.

Es sei hier in Erinnerung gebracht, dass die Aufgaben im Topf +T solche sind, die wir in einer technologie-freien Prüfung nicht stellen würden. Allerdings würden wir solche Aufgaben in einer technologie-unterstützten Prüfung auch nicht stellen, weil diese Aufgaben als solches nutzlos erscheinen und einzig die Kompetenz der Bedienung eines Werkzeuges zu testen imstande wären. Nichtsdestotrotz könnten solche Aufgaben sehr wohl im Unterricht technologie-frei geübt werden. Die von uns in den Topf –T gegebenen Aufgaben beschreiben eine langfristig zu erhaltende handwerklichen Kompetenz. Um dieses Ziel zu erreichen sollte sehr wohl in der anfänglichen Übungsphase „die Latte entsprechend höher gelegt" werden.

Für unsere Vorschläge gilt tendenziell, dass elementare Rechenschritte (wie das Faktorisieren einer Zahl mit nur zwei Faktoren, z. B. 15) zu den unverzichtbaren Kompetenzen (und damit in den Topf –T) gehören, wohingegen Rechenschritte, die eine Iteration elementarer Rechenschritte erfordern (wie das Faktorisieren einer Zahl mit drei oder mehr Faktoren, z. B. 30) man bereits dem Rechner überlassen darf.

Brüche und Bruchterme

	–T (ohne Technologie)	*?T*	*+T (mit Technologie)*
01	Vereinfache $\frac{10^2}{5^2}$		Vereinfache $7 \cdot \frac{2}{5} : \frac{4}{6}$
02	Vereinfache $\frac{10^2}{10^5}$		Vereinfache $\frac{100x^3y^2}{10xy^5}$
03	Vereinfache $2 : \frac{1}{2}$		

04	Vereinfache $\frac{2}{\frac{1}{2}}$		
05	Vereinfache $\frac{5a}{5}$		
06	Vereinfache $\frac{a}{5}\cdot 5$		
07	Vereinfache $\frac{2}{x}\cdot\frac{x}{y}$		Vereinfache $\frac{a}{b}\cdot\frac{b^2}{3ac}$
08			Vereinfache $3x^2 : \frac{2x}{5y^3}$
09	Vereinfache $2a-\frac{a}{3}$		Vereinfache $2a-\frac{a}{3}+\frac{a}{7}$
10	Vereinfache $\frac{a}{3}+\frac{a}{7}$		
11	Vereinfache $\frac{5}{x}-\frac{2}{x}$		
12	Vereinfache $\frac{2}{x}-\frac{5}{y}$	Vereinfache $\frac{2}{x}-\frac{x}{5}$	

–T01: Hier sollte die naheliegende Rechnung $\frac{100}{25}=4$ gesehen werden. Auch das will gekonnt sein!

–T02: Ausdrücke dieser Art werden in der Physik gebraucht.

–T03: Eine sich hieraus ergebende alternative Fragestellung (mit höherem Anspruch) wäre: „*Warum* ist $2:\frac{1}{2}$ gleich 4?“ Damit würde die dahinterstehende Strukturerkennungskompetenz angesprochen.

Die Regel $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ soll bewusst nicht als Formel „abgefragt“ werden. Sie ist für uns ein *Hintergrund-Ziel – ein Ziel*, das in dieser Form in einer schriftlichen Prüfung nicht explizit abgefragt zu werden braucht.

Das Auswendiglernen dieser Formel führt eher dazu, dass Schüler sie beim Addieren von Brüchen „stur“ verwenden, statt den in vielen Fällen günstigeren Weg der Berechnung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen beider Nenner zu gehen. Auch $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ ist für uns ein solches Hintergrund-Ziel. Dennoch sind diese Formeln (die in gleicher Weise auch vom CAS erzeugt werden) ein wichtiges Thema im Unterricht, da es hierbei u. a. um Beispiele für die unerläßliche Strukturierung mathematischer Sachverhalte geht.

Terme – mit und ohne Klammern

Wie bereits erwähnt ist die Aufgabenformulierung für den Wert einer Aufgabe mitentscheidend. In der folgenden Tabelle haben wir daher bewusst auf die übliche Aufforderung „Multipliziere aus“ verzichtet und statt dessen „Schreibe ohne Klammern“ verlangt. Während Ersteres die Anwendung des Distributivgesetzes suggeriert ist Letzteres neutral und erhöht damit den Wert der Aufgabe.

	–T (ohne Technologie)	*?T*	*+T (mit Technologie)*

01	Schreibe ohne Klammern: $a-(b+3)$	Schreibe ohne Klammern: $(5+p)^2$	Schreibe ohne Klammern: $3a^2(5a-2b)$
02	Schreibe ohne Klammern: $2(a+b)$		Schreibe ohne Klammern: $(a^2-3b)(-3a+5b^2)$
03	Schreibe ohne Klammern: $2(ab)$		Schreibe ohne Klammern: $(2a+t)^2$
04	Schreibe ohne Klammern: $3(5a-2b)$		Schreibe ohne Klammern: $(5+p)^3$
05	Schreibe ohne Klammern: $(3+a)(b-7)$		
06	Schreibe anders: $2a+2b$		
07	Vereinfache $x^2y^2+(xy)^2$		
08	Faktorisiere $3ab+6ac$		
09	Faktorisiere x^2-4	Faktorisiere: x^2+4x+4	Faktorisiere x^2-x-6

–T09: Diese Aufgabe ist wichtig, weil sie Entscheidungs- und Begründungskompetenz entwickeln hilft, was wiederum gebraucht wird, um auf einem Taschenrechner etwa die Taste „factor“ sinnvoll wählen zu können.

Ein Hintergrund-Ziel (im Sinne der Bemerkungen zum Abschnitt „Brüche und Bruchterme“) ist hier das Distributivgesetz $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$.

Über die Aufgabentypen ?T01 und ?T09 wurde besonders lange diskutiert. Gerade die eingangs erwähnte Strukturerkennungskompetenz wäre laut Meinung eines Teiles unserer Gruppe ohne die durch diese Aufgaben ausgedrückte Rechenkompetenz nicht gewährleistet. Auf der anderen Seite wurden in den österreichischen Computeralgebra-Projekten Anzeichen dafür gefunden, dass durch das Verwenden von Technologie die Strategiekompetenz gefördert wird, ohne dass eine gute Entwicklung von Rechenkompetenz an dieser Stelle unbedingt erforderlich wäre.

Lineare Gleichungen

	–T (ohne Technologie)	?T	+T (mit Technologie)
01	Löse nach x : $x-6=0$		
02	Löse nach x : $5-x=2$		
03	Löse nach x : $3x=12$		
04	Löse nach x : $5x-6=15$		Löse nach x : $5x-6=2x+15$
05	Löse nach y : $\frac{y}{3}=5$		Löse nach x : $2x+3=\frac{4}{3}$
06	Löse nach x : $a\cdot x=5$	Löse nach x : $a\cdot x-6=15$	
07	Löse nach x : $x+1=x$	Löse nach x : $2(x+1)=2x$	
08	Löse nach x : $x+1=x+1$	Löse nach x : $2(x+1)=2x+2$	
09	Löse nach t : $s=v\cdot t$	Löse nach x : $K=k\cdot x+F$	
10	Löse nach r : $U=2r\pi$		
11	Löse nach x : $\lvert x\rvert=1$		

–T06: Dieses Beispiel ist wichtig, weil die heute verfügbaren CAS die hier erforderliche Fallunterscheidung bezüglich a nicht machen.

–T11: Da bei einem CAS die Betragsfunktion oft im Ergebnis auftritt, sollen Schülerinnen und Schüler diese Funktion kennen und in einfachen Situationen wie hier auch technologie-frei handhaben können.

Quadratische Gleichungen

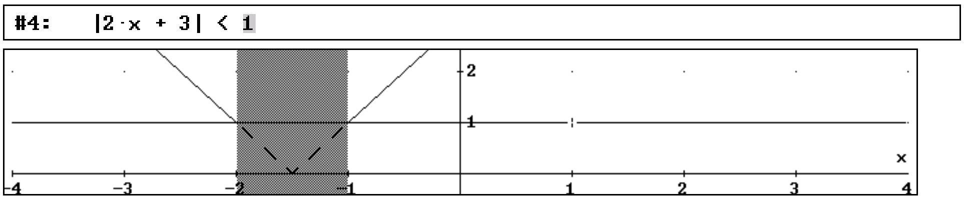
	–T (ohne Technologie)	*?T*	*+T (mit Technologie)*
01	Löse nach x : $x^2 = 4$		Löse nach x : $9x^2 = 4$
02	Löse nach x : $x^2 - 4 = 0$		Löse nach x : $9x^2 - 4 = 0$
03	Löse nach x : $x^2 - x = 0$		
04	Löse nach x : $x^2 - 4x = 0$	Löse nach x : $x^2 + 4x + 4 = 0$	Löse nach x : $2x^2 - 5x + 9 = 0$
05	Löse nach x : $x^2 = a$		
06	Löse nach r : $A = 4\pi r^2$		Löse nach v_0 : $x = \frac{1}{2a} \cdot v_0^2$

+T04 und ?T04 markieren eine der auf den ersten Blick einschneidendsten Veränderungen: Die „*p-q*-Formel“ für die Lösung einer quadratischen Gleichung zählt für uns nicht mehr zum verbindlichen Katalog der sicheren handwerklichen Fähigkeiten, bleibt aber wegen ihrer Bedeutung und den typischen Fallunterscheidungen eines der Hintergrund-Ziele. Das bisher übliche Lösen quadratischer Gleichungen nach Rezept (ob mit einer der Formeln oder jeweils mit quadratischer Ergänzung) ist unserer Überzeugung nach ein „aussterbendes Rezept“ (vgl. [Herget 1996].) Entsprechend sind Rechenstab und Logarithmentafel fast „über Nacht“ aus dem Mathematikunterricht verschwunden, als die umfangreichen Berechnungen den Taschenrechnern übertragen werden konnten.

Ungleichungen

	−T (ohne Technologie)	?T	+T (mit Technologie)
01	Für welche x gilt: $x-2<4$	Für welche x gilt: $x-2<x+3$	Für welche x gilt: $3x+1<2x-1$
02	Für welche x gilt: $-2x<4$		Für welche x gilt: $\frac{1}{x-1}\le 2$
03	Für welche x gilt: $x<x+1$		Für welche x gilt: $ax<4$
04	Für welche x gilt: $x<x$		
05		Für welche x gilt: $\lvert x\rvert<1$	Für welche x gilt: $\lvert x-2\rvert<1$

Bei den Ungleichungen ist beim Einsatz von CAS besonders deutlich eine Verschiebung von der Rechen- zur Visualisierungskompetenz beobachtbar, wie aus folgenden Bildschirmbildern (mit Derive) deutlich wird.



Differenzieren

	−T (ohne Technologie)	?T	+T (mit Technologie)
01	Diff. nach x: $y=x^4$		
02	Diff. nach x: $y=7x^2+3x+1$		
03	Diff. nach x: $y=\frac{1}{x^2}$		
04	Diff. nach x: $y=3$		
05	Diff. nach x: $y=\sqrt{x}$		
06	Diff. nach x: $y=\sin x$	Diff. nach x: $y=x^2+\cos x$	Diff. nach x: $y=x\sin x$
07		Diff. nach x: $y=2\cos x$	Diff. nach x: $y=\sin^2 x$
08		Diff. nach x: $y=3\sin 2x$	Diff. nach x: $y=\frac{\sin x}{x}$
09	Diff. nach x: $y=e^x$	Diff. nach x: $y=e^{2x}$	Diff. nach x: $y=2^x$
10	Diff. nach x: $y=\ln x$		
11	Diff. nach x: $y=\lvert x\rvert$		

Diese Tabelle kennzeichnet einen weiteren Schwerpunkt der zukünftigen Entwicklung: Gerade im klassischen Analysisunterricht dominieren die Rechenfertigkeiten. Daher ist hier besonderer Veränderungsbedarf beim Einsatz moderner Technologie gegeben.

Schlussbemerkung und Bitte

Wie eingangs erwähnt, möchten wir diesen Beitrag als Anstoß für eine möglichst breite Diskussion verstanden wissen. Wir sind uns bewusst, welche Herausforderung unsere Position bedeutet und wie sehr damit vertraute Grundpfeiler des Mathematikunterrichts ins Wanken geraten. Schreiben Sie uns Ihre Meinung.

W Herget (**herget@mathematik.uni-halle.de**) H Heugl (**hheugl@netway.at**)
B Kutzler (**b.kutzler@eunet.at**) E Lehmann (**mirza@berlin.snafu.de**).

Literatur

Herget, Wilfried, 1996.: *Rettet die Ideen! – Rettet die Rezepte?* In: Hischer, H. / Weiß, M. (Hrsg.): Rechenfertigkeit und Begriffsbildung – Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. Hildesheim: Franzbecker, S.156-169.

Herget, Wilfried, 1999: *Wie viel Termumformung braucht der Mensch? – Taschencomputer und Mathematikunterricht.* In: Amelung, Udo (Hrsg.): Der TI-92 im Mathematikunterricht. Pfingsttagung 1998. Zentrale Koordination Lehrerausbildung, ZKL-Texte Nr. 7, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster, S. 3-19.

Heugl, Helmut, 1999: The necessary fundamental algebraic competence in the age of Computeralgebra Systems. Proceedings of the 5th ACDCA Summer Academy, 1999, **http://www.acdca.ac.at**.

Kutzler, Bernhard, 1996: Symbolrechner TI-92 (Computeralgebra im Taschenformat). Bonn: Addison-Wesley, 192 Seiten, ISBN 3-89319-952-7.

Kutzler, Bernhard, 1998: Einführung in den TI-89. Hagenberg: bk teachware, 62 Seiten, ISBN 3-901769-12-9.

Kutzler, Bernhard, 1999: Der algebraische Taschencomputer als pädagogisches Werkzeug. Bonn: Profil – Zeitschrift des Deutschen Philologenverbandes, März + April 1999. Auch: **http://www.kutzler.com**.

Kutzler, Bernhard & Kokol-Voljc, Vlasta, 2000: Introduction to Derive 5. Hagenberg: Soft Warehouse Europe.

Lehmann, Eberhard, 1999a: Terme im Mathematikunterricht unter Verwendung von Computergrafik und Computeralgebra, Hannover: Schroedel-Verlag.

Lehmann, Eberhard, 1999b: Neue Aspekte im Unterricht über Terme durch Einsatz von Computeralgebra-Systemen. Erstellt für das BLK-Programm SINUS im Auftrag des IPN Kiel.