

„Mehrwertaufgaben“ - ohne großen Aufwand CAS und GTR sinnvoll einsetzen

Dr. Guido Pinkernell

Man hört es bei Fortbildungsveranstaltungen immer wieder: „Jetzt haben wir den Rechner an der Schule neu eingeführt und ich soll ihn im Unterricht einsetzen. Was kann ich denn jetzt damit machen?“ Der Hinweis auf die mittlerweile zahlreich vorliegenden Materialienbände als Antwort wirkt da unter Umständen entmutigend, sinnvoller sind vielleicht kleine, wirkungsvolle Unterrichtsideen, die den „Mehrwert“ des Rechneinsatzes ohne großen Aufwand deutlich machen können. Im Folgenden sollen einige solche Aufgaben vorgestellt:

1 „Mach' den Otto zur Null“ - zur Einführung in das Rechnen mit Termen

Algebra lernen mit Computer-Algebra-Systemen? Wie kann man etwas lernen mit einem Gerät, das einem die Arbeit abnimmt? Indem man die versteckte Funktionsweise des Geräts erkundet und dann erklärt. Und zwar so:

Die Schüler sehen es ihrem neuen CAS-Gerät schnell an, dass er sich von den handelsüblichen Taschenrechnern unterscheidet. Man kann damit nicht nur Zahlen, sondern auch Buchstaben schreiben. Und so kann man sie häufig dabei beobachten, wie sie ihren Namen oder ganze Texte eingeben. Diese Neugier auf die Möglichkeiten des Rechners lässt sich für ein exploratives Erkunden der Blackbox „CAS“ nutzen:

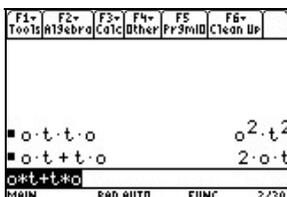


Abb. 1

1. Gib deinen eigenen Namen ein.
2. Finde einen Eingabeterm, bei dem sich besonders viel ändert.

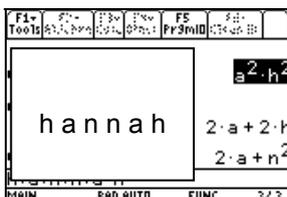


Abb. 2

3. Wie lautet der Eingabeterm?
4. Kann man aus „Hannah“ auch eine 0, 1 oder 2 erzeugen?

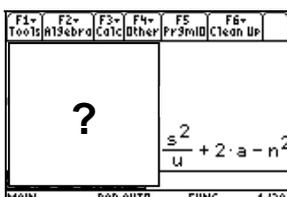


Abb. 3

5. Wie lautet der Name?
6. Erfinde eigene Rätsel.

7. Formuliere Regeln, nach denen der Rechner umformt

Erst die siebte Frage thematisiert Termumformungsregeln. Dass die Systematisierung erst spät erfolgt ist als eines der wesentlichen Prinzipien der „Blackbox-Aufgabe“ seit langem hinreichend bekannt: Mittels Trial-and-Error-Strategien wird ein Gefühl für die verborgenen Regeln und Gesetze entwickelt, die erst nach dem Bewusstmachen der intuitiv erarbeiteten Zusammenhänge formuliert werden.

2 „Rechenmauern“ – eine weitere Idee zur Einführung in die Algebra

Es handelt sich hier um eine Umsetzung des bekannten Aufgabenformats „Zahlenmauer“ in einer Tabellenkalkulation und ist daher auf verschiedenen Handhelds sowie PCs realisierbar. Dabei sind die Verknüpfungen zwischen den „Mauersteinen“ in Form von Zellbezügen flexibel definierbar, wie das folgende Beispiel zeigt.

Σ01	A	B	C
1	1	1	2
2	2	3	
3	7		
4			
5			
6			

A3:=A2+B2+C1

Abb. 4

1. Gebe Zahlen in den Eingabezellen A1, B1 und C1 so ein, dass in Ausgabezelle A3 eine 10 erscheint.
2. Beschreibe, wie die Ausgabezelle mit den Eingabezellen zusammenhängt.
3. Finde eine Formel für A3 in Abhängigkeit von A1, B1 und C1.
4. Programmiere eigene Rechenmauern.

Das Rechnen mit Variablen stellt sich hier dar als ein Rechnen mit Zelleinträgen. Die Zellnamen sind die Zahlvariablen, und sie werden beim Ausprobieren auch als solche wahrgenommen: B1 steht für jede Zahl, die ich in das gleichnamige Feld eingeben kann. Außerdem: Dass die Zellbezüge sichtbar sind (siehe Abbildung: A3:=A2+B2+C1) ermöglicht neben intuitiven Analysen einer Rechenmauer auch algebraische, z.B. mittels Einsetzungsverfahren.

3 „Kanonenschießen“ – zur Einführung in lineare Graphen

Diese Aufgaben kann man im Rahmen einer Einführung in lineare Graphen einsetzen. Der Graph einer proportionalen Funktion wird hier als die Flugbahn eines Geschosses interpretiert, deren Kanone im Ursprung des Koordinatensystems platziert ist. Ein Kreuz (erzeugt durch den Plot eines Datenpunktes) markiert das Ziel. Auf Zuruf modifiziert der Lehrer den Parameter p im Funktionsterm, mittels dessen – wie den Schülern bald klar wird – die Flugbahn des Geschosses gesteuert werden kann.

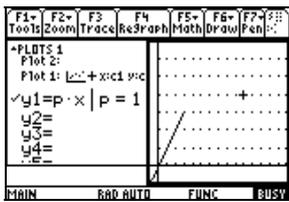


Abb. 5: $p=1$

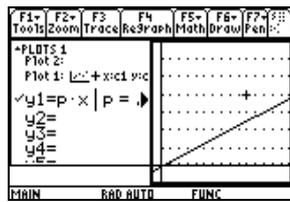


Abb. 6: $p=0,25$

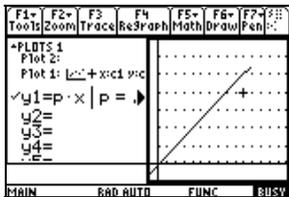


Abb. 7: $p=0,5$

Offensichtlich liefert der Rechner Hinweise auf eine Verbesserung der anfänglich noch unsicheren Schätzwerte. Bald wird auch der Zusammenhang zwischen einem passenden p und den Zielpunktkoordinaten deutlich. Diese sind den Schülerinnen und Schülern bekannt, wenn sie der Lehrer – mit dem OHP-Display von allen beobachtbar – bei jedem Durchgang neu eingibt. Weitere Variationen sind möglich:

- Abb. 8: Was haben alle getroffenen Zielkoordinaten gemeinsam?
- Abb. 9: Fallen heißt „negativ steigen“
- Abb. 10: p ist nicht mehr unmittelbar als y/x berechenbar.

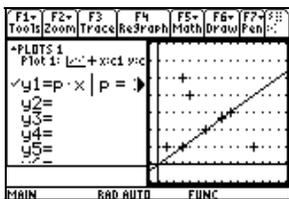


Abb. 8

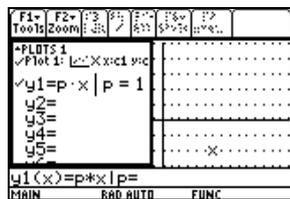


Abb. 9

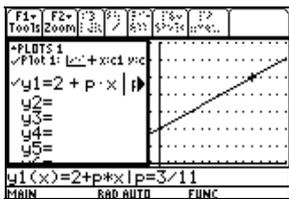


Abb. 10

4 Zahlgefühl entwickeln

Neben dem exakten Berechnen eines Zahlwertes ist das Schätzen und Überschlagenkönnen ein Lernziel des Mathematikunterrichts. Gerade vor dem Hintergrund des extensiven Rechnereinsatzes ist letzteres umso wichtiger, wenn es gilt, mögliche Eingabefehler an einem auffälligen Rechnerergebnis zu erkennen. Also auf den Rechner verzichten? Nicht notwendigerweise. Man kann ihn benutzen, um ein Gefühl für Zahlen und Größen zu entwickeln. Man gibt wie beim Zielwerfen ein Ziel vor, das möglichst genau getroffen werden soll. Nicht die exakte Berechnung ist Zweck der Aufgabe, sondern ihre Näherung durch sinnvolles Schätzen. Dabei gibt ein falscher Schätzwert Hinweise für eine Verbesserung der Aufgabe.

Eine einfache Variation des Zielwerfens im Rahmen der Prozentrechnung könnte so aussehen. Der Lehrer stellt die folgende Aufgabe: „6 von 28 Schülern der Klasse haben schon einmal geraucht. Wie viel Prozent sind das etwa?“

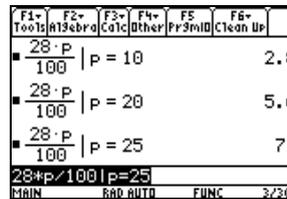


Abb. 11

Die Schätzwerte werden vom Lehrer in den Rechner eingegeben, dessen Eingabefenster mittels Projektion für die Klasse einsichtig ist. 10% ist offensichtlich zu klein, 20% besser, und 25% etwas zu hoch. Wie beim Zielwerfen ist hier die exakte Lösung nicht gefragt, sondern ein guter Schätzwert. Der Rechner insbesondere liefert nicht die Lösung, sondern wird so eingesetzt, dass er Hinweise für eine Verbesserung des Schätzwerts gibt.

5 Rechnerprotokolle – für eine nachvollziehbare Dokumentation

Häufig wird beim Rechnereinsatz die Tatsache beklagt, dass Schüler die Rechnereingaben und -ausgaben schlicht abschreiben und dies als „fertige“ Verschriftlichung ihrer Aufgabebearbeitung betrachten. Dass da noch einiges an einer nachvollziehbaren und formalmathematisch akzeptablen Dokumentation fehlt kann an den nachfolgend abgebildeten Aufgaben deutlich gemacht werden. Sie stammen aus unterschiedlichen Bereichen, die Idee ist aber immer dieselbe: Die Rechnungen sind erfolgt – wie lautet eine passende Aufgabenformulierung?

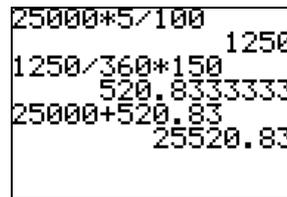


Abb. 12 (Idee: R. Berding)

Als Mehrwertaufgabe sind sie einfach zu konstruieren. Man nehme eine Standardaufgabe, rechne sie als Lehrer selbst mit dem Rechner durch und lege die Bearbeitung in Form von Screenshots den Schülern vor (Abb. 13). Aufgabestellung: Schreibe eine nachvollziehbare Dokumentation der Lösung.

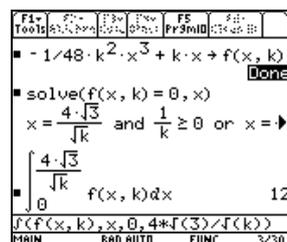


Abb. 13

6 „Kommentiere!“ - Aufgaben für die Klassenarbeit

In einer Klassenarbeit oder Klausur sollen die Schüler zeigen, dass sie die Unterrichtsinhalte verstanden haben. Neben Rechenaufgaben sind Aufgaben wichtig, in denen sie ihr Verständnis von einem Begriff oder einer Regel deutlich machen. Insbesondere darf man im Idealfall erwarten, dass sie wesentliche Eigenschaften wiedererkennen, auch wenn sie nicht explizit auf den Sachverhalt aufmerksam gemacht werden.

Der Rechner ist ein Reservoir mathematischer Begriffe und Regeln. Werden diese gezielt abgerufen, dann kann die Aufgabenstellung kurz ausfallen: Kommentiere!

-2^3	-8
$(-2)^4$	-8
-2^4	16
	-16

Abb. 15

Autor:

Dr. Guido Pinkernell, Lingen (D)
 Gymnasium Johanneum Lingen
guido.pinkernell@gmx.de

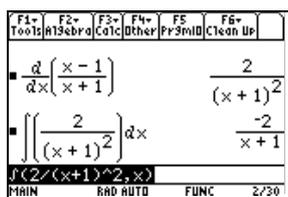


Abb. 14
 (Idee: S. Stachniss-Carp)