

Temperaturabnahme eines Messfühlers – ein Zerfallsprozess im Mathematikunterricht

1. Durchführung des Experiments:

Wir schließen den Temperatursensor an das CBL, welches wir mit dem TI-83 verbinden.

Wir bringen Wasser zum Kochen und halten danach den Sensor kurzzeitig in das heiße Wasser. Anschließend lassen wir den Sensor an der Luft abkühlen.

Hinweise zum Einstellen des CBL's: Im SETUP-Menü verwenden wir den TIME-GRAF. Wir nehmen 180 Sekunden lang alle 5 Sekunden die Temperatur des Messfühlers auf.

Nach der Aufnahme verlassen wir das Programm. Im HOME-Fenster erscheint das nachfolgende Bild.

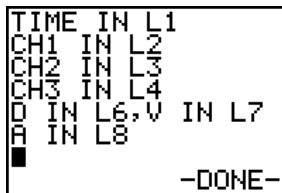


Abb. 1

2. Auswertung des Experiments:

Eine graphische Darstellung zeigt den Verlauf. Dabei wurde der Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Die WINDOWS-Einstellung wurde durch ZOOM-STAT automatisch vorgenommen.

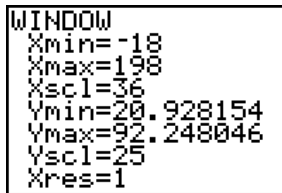


Abb. 2

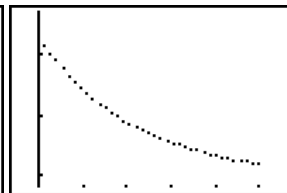


Abb. 3

Aufgrund des vermuteten exponentiellen Verlaufs führen wir eine exponentielle Regression durch. Wir suchen also eine Exponentialfunktion, die den Verlauf möglichst gut beschreibt. Mithilfe einer geeigneten Regression erhalten wir:

$$T(t) = 74,23^{\circ}\text{C} \cdot 0,994^{\frac{t}{5}}$$

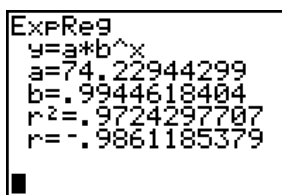


Abb. 4

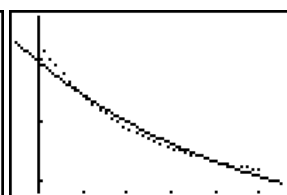


Abb. 5

Die graphische Darstellung zeigt einen noch nicht zufriedenstellenden Ausgleichsgraphen.

Bei einer Vergrößerung des Bildschirmausschnitts zeigt sich ein weiteres Problem:

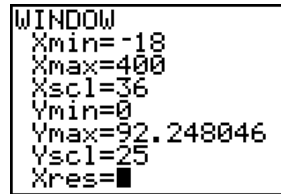


Abb. 6

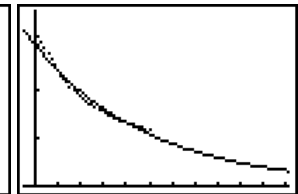


Abb. 7

Die Ausgleichskurve hat als Asymptote nicht die Raumtemperatur, sondern die Rechtsachse mit $T=0^{\circ}\text{C}$.

Durch die Taschenrechnervorgabe des exponentiellen Terms $a \cdot b^x$ erhalten wir als Ausgleichskurve stets einen Graphen, der sich asymptotisch der Rechtsachse annähert.

Wir können das Problem dadurch beheben, dass eine Ausgleichskurve für den Graphen der Funktion

Zeit in s \rightarrow Temperaturdifferenz zur Raumtemperatur in $^{\circ}\text{C}$ gefunden wird.

Die Raumtemperatur beträgt in unserem Fall ca. 23°C . Wir erstellen im STAT-Menü eine Liste, die die Temperaturdifferenz anzeigt.

L1	L2	#	3
0	83.2	60.2	
5	78.706	55.706	
10	75.368	52.368	
15	72.333	49.333	
20	69.318	46.318	
25	66.333	43.333	
30	63.731	40.731	

L3 = "L2-23"

Abb. 8

ExpReg
y=a*b^x
a=57.80441059
b=.9882234302
r^2=.9994493461
r=-.9997246352

Abb. 9

Anschließend lassen wir uns durch Regression vom TI-83 die Funktionsgleichung zur Ausgleichskurve berechnen.

Der Term der Ausgleichsfunktion steht im Y-Fenster unter Y2.

In Y3 tragen wir den Term mit gerundeten Werten erneut ein, addieren allerdings den Wert für die Raumtemperatur wieder.

Y2	Y3
547^X	57.804410593
439*	.98822343022
108^X	
108^X	57.80*.988^X
+23	
Y4=	

Abb. 10

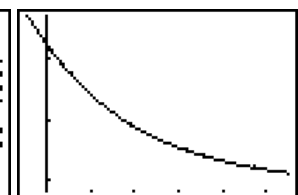


Abb. 11

Somit erhalten wir eine optimale Ausgleichsfunktion für die Zuordnung

Zeit in s → Temperatur in °C.

Im Bild 11 ist gut zu erkennen, dass bis auf wenige Ausnahmen die Messwerte auf der Ausgleichskurve liegen.

Autor:

Stefan Schlie
Blumenhaller Weg 55A
49080 Osnabrück
Gymnasium „In der Wüste“
e-Mail: stefanschlie@gmx.de