

► Dynamische Entwicklung von Konfidenzintervallen

Lars Bergmann



Im Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II nimmt die beurteilende Statistik einen hohen Stellenwert ein. Dabei zeigt sich, dass den Schülerinnen und Schülern der Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe in der Regel einfacher fällt, als der umgekehrte Weg. Die damit verbundene Konstruktion von Konfidenzintervallen ist für die Lernenden oft schwer zu verstehen. S. Weiß hat in einem Beitrag im Heft 1/2011 einen gelungenen Weg zur Entwicklung der Konfidenzintervalle beschrieben, der bei den Lernenden zu einem tieferen Verständnis führt. Die selbständige Anfertigung der sogenannten Konfidenzellipse durch die Schülerinnen und Schüler trägt viel zum Verständnis bei und hat sich sowohl für Kurse auf dem grundlegenden wie auf dem erhöhten Niveau bewährt. Allerdings ist gerade bei heterogenen Kursen auf grundlegendem Niveau der Schritt von der selbst erstellten Ellipse hin zu einer den Rand beschreibenden Funktion nicht trivial. Dieser Schritt kann durch den Einsatz des TI-Nspire™ deutlich entlastet werden. Steht der Lerngruppe oder der Lehrperson sogar die neue TI-Nspire™-App für Tablets zur Verfügung, ist die Entwicklung sogar äußerst komfortabel. Anders als beim Handheld lässt sich durch das größere Display und die intuitive Bedienung hier mithilfe von Schieberegler die Funktionalisierung für alle Schülerinnen und Schüler dynamisch entdecken. Für die tieferen mathematischen Hintergründe sei auf den Artikel von S. Weiß verwiesen.

Steht eine Lerngruppe vor der Herausforderung in dem folgenden Szenario eine Aussage über die Wirksamkeit eines Medikaments zu treffen, liegt die erste Äußerung meist auf der Hand.

Die Wirksamkeit eines Medikamentes konnte bei einer Testgruppe von 200 Personen bei 120 Personen nachgewiesen werden.

Nach kurzer Überlegung wird klar, dass die Aussage, dass das Medikament genau bei 60% der Bevölkerung wirkt keine besonders große Einzelwahrscheinlichkeit besitzt. Aus ihren Vorerfahrungen drängen die Lerngruppen auf die Betrachtung von möglichen Sigma-Umgebungen. Die mit dem Ergebnis der Studie verträglich wären.

Erstellen dynamischer Konfidenzellipsen mit dem Nspire

Zu diesem Zeitpunkt kann der Einsatz der Technologie als Hilfsmittel beginnen. Dazu werden zunächst die bekannten Kenngrößen definiert. Der Parameter k wird zur Verfeinerung der vermuteten Erfolgswahrscheinlichkeit für die Sigma-Umgebungen benötigt. Im Folgenden werden in der Applikation *List & Spreadsheet* die nötigen Berechnungen durchgeführt. Hier wird der von den Lernenden intuitiv vorgeschlagene Heurismus des Rückwärtsarbeiten angewendet. Es werden verschiedene Wahrscheinlichkeiten getestet, die zu einer Sigma-Umgebung führen, die die 120

positiven Reaktionen beinhalten. Schnell wird den Lernenden dabei klar, dass es mehr als eine solche Umgebung gibt. Die Technologie bietet hier den Vorteil, die Werte schnell berechnen zu können. Durch die Applikation *Data & Statistics* können die berechneten Intervalle grafisch dargestellt werden, in dem auf der x-Achse die getestete Wahrscheinlichkeit und auf der y-Achse die obere und untere Intervallgrenze der jeweiligen Sigma-Umgebungen aufgetragen wird.

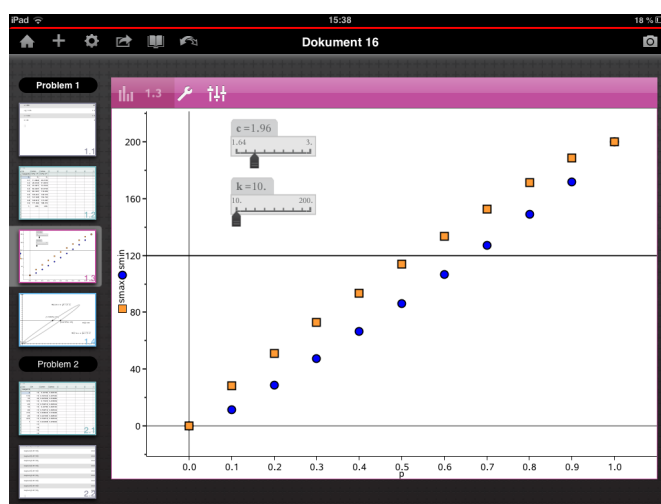


Abb. 1

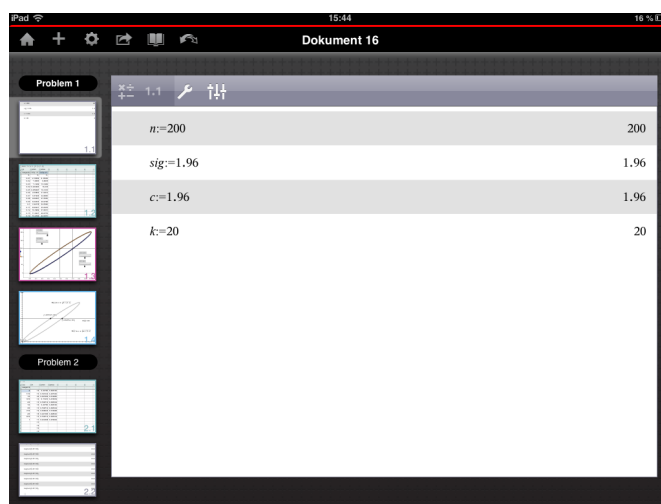


Abb. 2

Erste Vermutungen für den Bereich der gesuchten Wahrscheinlichkeit können formuliert werden. Durch den effektiven Einsatz von Schieberegler kann die Anzahl an berechneten Sigma-Umgebungen dynamisch erhöht werden und die Aussage zum gesuchten Intervall der möglichen Wahrscheinlichkeiten in der Gesamtheit schrittweise präzisiert werden. Dabei entwickeln die Lernenden automatisch die Idee, die Randfunktionen für die entstehende Ellipse aufzustellen. Auch die Angabe der Funktionsgleichung ist dadurch deutlich einfacher. Außerdem erkennen die

Lernenden den Vorteil des Übergangs von der diskreten Betrachtung hin zu einer stetigen Darstellung. Durch den Wechsel zur funktionalen Darstellung können die Intervallgrenzen für die Konfidenzintervalle präzise ermittelt werden.

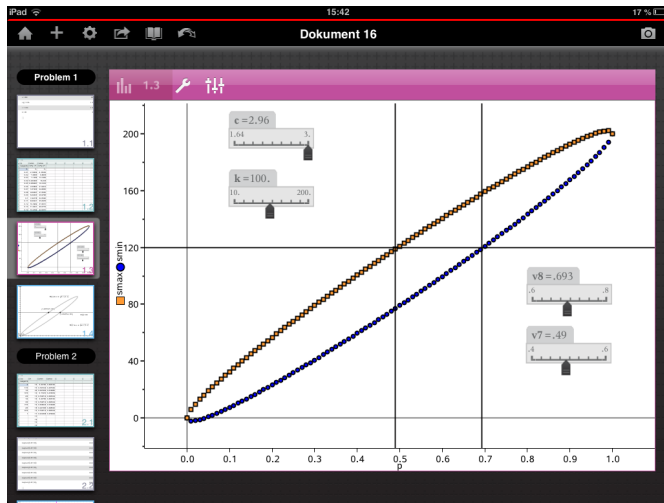


Abb. 3

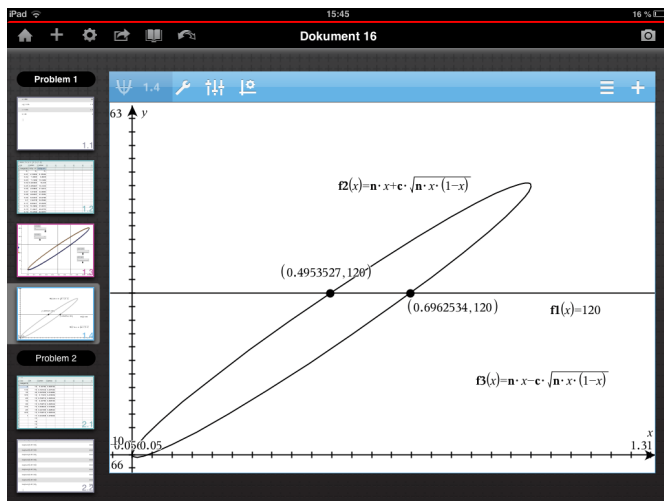


Abb. 4

Die Vorteile dieser technologiegestützten Entwicklung der Konfidenzintervalle liegen auf der Hand. Die Lernenden können in einem forschend entwickelnden Unterricht die nötigen Schritte selbständig entdecken und bekommen durch die dynamische Visualisierung ein vertieftes Verständnis für den abstrakten Begriff des Konfidenzintervalls.

Zum weiteren Verständnis kann ergänzend auch die Sicherheitswahrscheinlichkeit dynamisch angepasst werden. Die Lernenden können ihre Hypothesen zur Auswirkung auf die Konfidenzellipse sofort überprüfen.

Gleichwohl sollte auf die entschleunigte Entwicklung der Konfidenzintervalle durch den von Weiß beschriebenen Weg vor allem bei Kursen auf grundlegendem Niveau nicht verzichtet werden. Für die Entwicklung der Funktionalisierung der Konfidenzellipse kann in dem oben beschriebenen Weg auch entsprechend später eingestiegen werden.

Simulation von Stichprobenziehungen mit dem TI-Nspire™

Im weiteren Verlauf des Unterrichts muss das Verständnis zu den Konfidenzintervallen vertieft werden. Dazu ist es unerlässlich zu erkennen, dass die Konfidenzintervalle nur mit einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit die tatsächliche Wahrscheinlichkeit in der Gesamtheit überdecken. Dieser Prozess kann durch die TI-Nspire™-App ebenfalls komfortabel visualisiert werden. Auch hier bewirken der größere Monitor und die gelungene Einbindung der Tastatur ein deutlich vereinfachtes Arbeiten. Dadurch lassen sich auch kleine Programme einfach und schnell erstellen. Das hier beschriebene Programm erzeugt bei jedem Aufruf n neue zufällige Treffer in der Stichprobe und wandelt die in einer Tabelle berechneten Daten für die grafische Darstellung um. Damit werden bei jedem Durchlauf 10 neue Konfidenzintervalle berechnet und grafisch dargestellt. Auch hier sei für die mathematischen Hintergründe auf den Artikel von S. Weiß verwiesen.

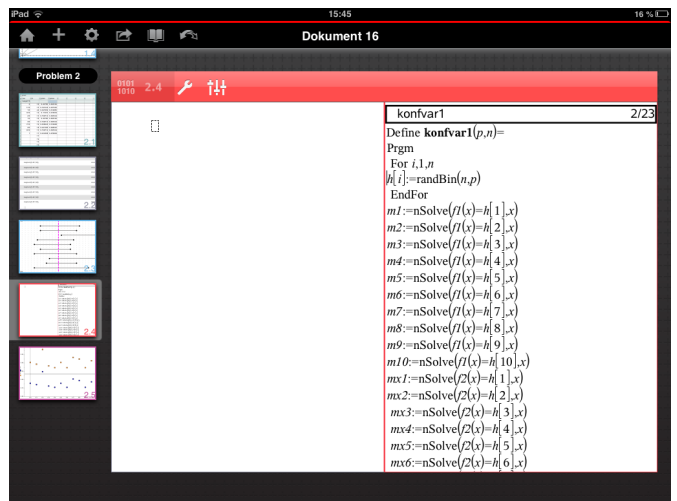


Abb. 5

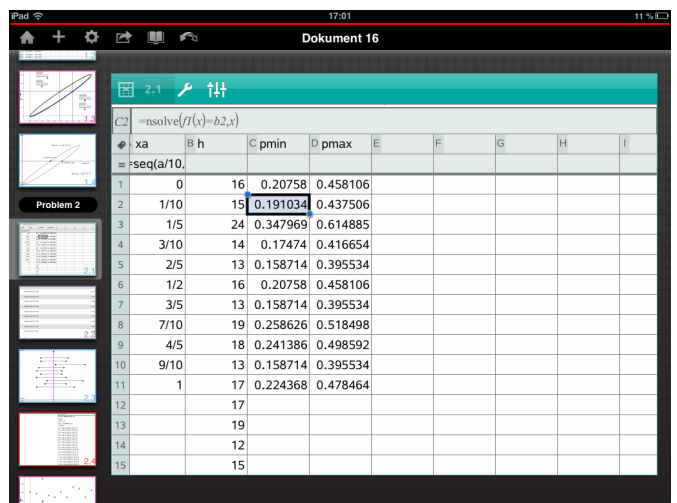


Abb. 6

Je nach zur Verfügung stehender Unterrichtszeit kann diese Entwicklung der Visualisierung schrittweise mit den Schülerinnen und Schülern entwickelt werden oder als Blackbox zum Experimentieren und Interpretieren vorgegeben

werden. Ist genügend Zeit vorhanden, kann durch die gemeinsame Entwicklung ein vertieftes Verständnis der verschiedenen miteinander verwobenen Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der beurteilenden Statistik erreicht werden.

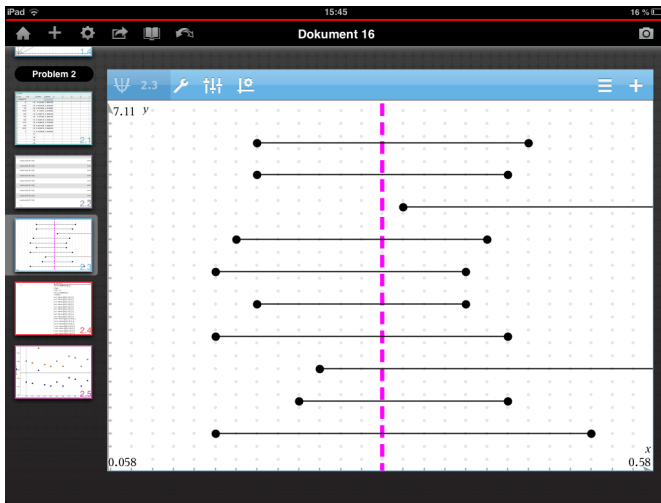


Abb. 7

Literatur:

- [1] Weiß, S.: Konfidenzintervalle verstehen. TI-Nachrichten 1/11.

Autor:

Lars Bergmann, Hannover (D)

lo.bergmann@gmail.com