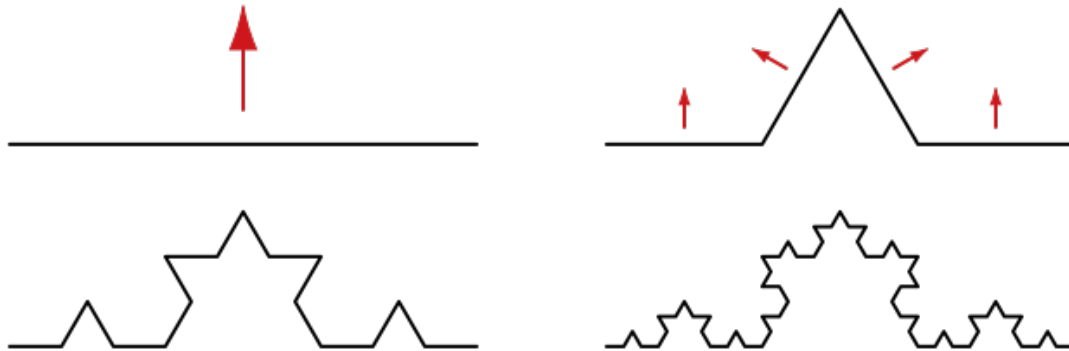


Koch Kromme

De Kochkromme is in 1904 bedacht door de Zweedse Helge Koch. De Kochkromme is een kromme die ontstaat door steeds op dezelfde wijze een recht lijnstuk op te delen in 3 delen, en het middelste deel om te vormen tot een gelijkzijdige driehoek (zie figuur 1).



Figuur 1 Kochkromme

Dit proces kun je herhalen op elk nieuw lijnstuk. Er ontstaat nu een lijn met een steeds grotere lengte met steeds meer details. De Kochkromme wordt ook gebruikt om uit te leggen dat het onmogelijk is om exact de lengte van een kustlijn te bepalen. Hoe nauwkeuriger je immers kijkt hoe meer details je krijgt en hoe langer de kustlijn wordt.

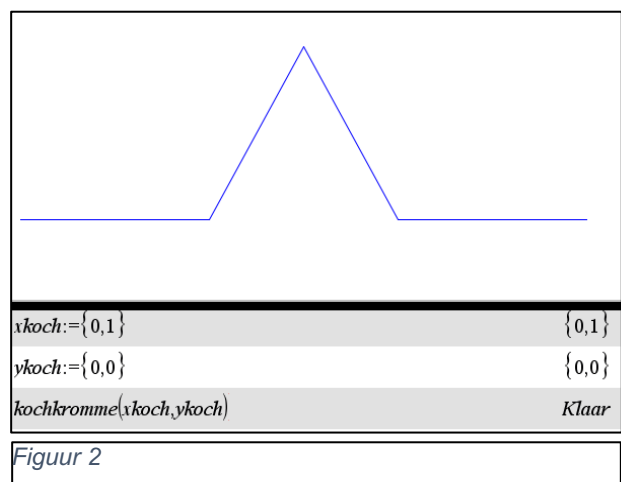
In dit lesmateriaal wordt ingegaan op een aantal eigenschappen van de Kochkromme en worden vervolgens een aantal kunstzinnige voorbeelden gegeven. Er hoort een bestand Kochkromme.tns bij. Dit bestand kun je openen via menu, **2** mijn documenten, kies de map workshop 2018, bestand Kochkromme). Het eerste blad bestaat uit 2 delen: de bovenste helft is het tekengedeelte en de onderste helft is een rekenmachine.

Het bestand bevat een programma (kochkromme) dat voor een lijnstuk (bepaald door twee punten) de volgende generatie van de Kochkromme berekend. Het programma slaat de x-coördinaten op in de lijst `xkoch` en de y-coördinaten in `ykoch`. Je kunt dit programma (herhaald) aanroepen met

`kochkromme(xkoch,ykoch)`.

Hij berekend dan steeds de volgende generatie van de kromme. De rechte beginlijn is generatie 0.

Je kunt de startlijn definiëren door twee punten op te geven `xkoch:={0,1}` en `ykoch:={0,0}`. Dit betekent dat de startlijn loopt van het punt (0,0) naar (1,0). Door andere startwaarden te kiezen kun je de Kochkromme op een andere plaats tekenen.



Figuur 2

De rekenmachine tekent de Kochkromme als een grafiek van een puntenwolk waarbij de punten onderling verbonden zijn. Je kunt de Kochkromme maken tot de 5^{de} generatie. Het programma wordt echter steeds trager.

Het programma slaat de Kochkromme op in de lijsten `xkoch` en `ykoch`. Wil je meer krommes tekenen, dan moet je de resultaten kopiëren naar een andere lijst en deze tekenen. Uitleg hierover volgt later in het document.

Kennismaking

1. Definieer eerst de uitgangslijn door in te voeren: `xkoch:={0,1}` en `ykoch:={0,0}` in de onderste helft van het scherm.
2. Wat is de lengte van dit lijnstuk?
3. Teken de eerste generatie van de Kochkromme door in de onderste helft van het scherm het volgende commando in te tikken: `Kochkromme(xkoch,ykoch)`. Dit is in het bestand al gedaan als voorbeeld.
4. Wat is de lengte van deze lijn? Wat is de oppervlakte onder deze lijn? Hoeveel is de lengte toegenomen en hoeveel de oppervlakte? Uit hoeveel lijnstukken bestaat de kromme nu? Hoeveel punten zijn dit?
5. Teken de tweede generatie van de Kochkromme (2x pijltje omhoog en enter).
6. Wat is de lengte van deze lijn? Wat is de oppervlakte onder deze lijn? Hoeveel is de lengte toegenomen en hoeveel de oppervlakte? Uit hoeveel lijnstukken bestaat de kromme nu? Hoeveel punten zijn dit?
7. Teken de derde generatie (2x pijltje omhoog en enter)
8. Wat is de lengte van deze lijn? Wat is de oppervlakte onder deze lijn? Hoeveel is de lengte toegenomen en hoeveel de oppervlakte? Uit hoeveel lijnstukken bestaat de kromme nu? Hoeveel punten zijn dit? Valt je iets op?
9. Stel een formule op voor: de totale lengte van het lijnstuk, de totale oppervlakte en het aantal lijnstukken. Bepaal de totale lengte, de totale oppervlakte en het aantal lijnstukken van de 4^{de} generatie.
10. Teken de 4^{de} generatie van de Kochkromme en controleer je antwoorden bij 9. Kloppen je formules?

Creatieve opdrachten

Je kunt verschillende Kochkrommes tekenen in één tekening. Je moet dan wel de `xkoch`-lijst en de `ykoch`-lijst opslaan onder een andere naam, bv. `xl1` en `yl1`, en `xl2` en `yl2`. Hiervoor tik je b.v. in: `xl1:=xkoch` en `yl1:=ykoch`

Deze nieuwe lijsten kun je tekenen door op tab te drukken. Je krijgt dan

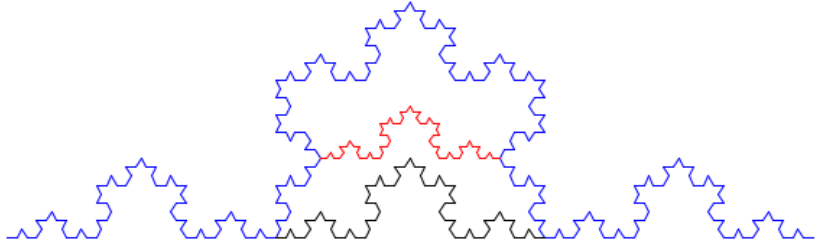
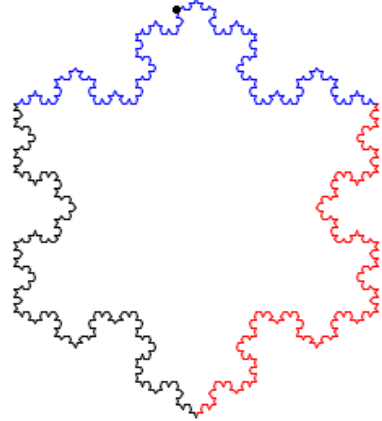
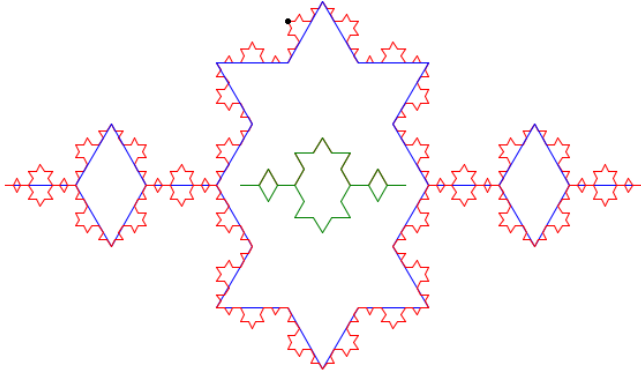
```
S3: { x← xl1
     { y← yl1
```

Bij x voer je dan `xl1` en bij y voer je dan `yl1` in. Je kunt ook de `var` knop gebruiken.

Om nu alleen lijnen te krijgen en geen bolletjes zonder lijnen, ga je met de muis naar een bolletje, klik je op ctrl menu. Je kiest dan eigenschappen en past deze aan door met de pijltjes toetsen door de menu's te scrollen (doorlopende lijn, en hele kleine puntjes).

Opdracht:

Probeer 1 of 2 van deze figuren na te maken.

<p>Het voorbeeld hiernaast bestaat uit 3 Kochkrommes.</p> <p>De startpunten zijn resp:</p> <p>1 Xkoch := {0, 1} Ykoch := {0, 0}</p> <p>2 Xkoch := {1/3, 2/3} Ykoch := {0, 0}</p> <p>3 Xkoch := {0, 1} Ykoch := {0, 0}</p>	
<p>De startpunten zijn resp:</p> <p>1 Xkoch := {0, 1} Ykoch := {0, 0}</p> <p>2 Xkoch := {1/2, 0} Ykoch := $\{-\sqrt{\frac{3}{4}}, 0\}$</p> <p>3 Xkoch := {1, 1/2} Ykoch := $\{0, -\sqrt{\frac{3}{4}}\}$</p> <p>De volgorde van de startpunten bepaalt de oriëntatie van de Kochkromme</p>	
<p>Dit figuur is opgebouwd uit 6 Kochkrommen van verschillende generaties.</p> <p>1 Xkoch := {0, 1} Ykoch := {0, 0} generatie 2 en 4</p> <p>2 Xkoch := {1, 0} Ykoch := {0, 0} generatie 2 en 4</p> <p>3 Xkoch := {1/3+1/27, 2/3-1/27} Ykoch := {0, 0} generatie 2</p> <p>4 Xkoch := {2/3-1/27, 1/3+1/27} Ykoch := {0, 0} generatie 2</p>	

Opdracht:

Ontwerp zelf een mooi figuur. Gebruik de bovenstaande voorbeelden als inspiratie.