Rayon d'un cylindre minimisant sa surface

python™

On cherche à minimiser la surface de métal nécessaire à la fabrication d'une boîte de conserve ayant un volume donné v.

Dans un script CONSERVE

1°) Ecrire une fonction `hauteur` qui prend comme arguments le rayon `r` (en cm) de la boîte de conserve et son volume `v` (en cm³) et qui renvoie la hauteur (en cm) de la boîte.

```
>>> hauteur(10,1200)
3.819718634205488
```

2°) Ecrire une fonction `surface` qui prend comme arguments le rayon `r` (en cm) de la boîte de conserve et son volume `v` (en cm³) et qui renvoie la surface (en cm²) de la boîte.

```
>>> surface(10,1200)
868.3185307179587
```

On suppose que $r \in [2{,}10]$ (en cm).

3°) Ecrire une fonction `dimensions` qui prend comme arguments le volume `v` (en cm³) et qui renvoie le rayon (en cm) et la hauteur (en cm) de la boîte de conserve en utilisant le moins de métal possible.

4°) Application : prendre `v`$= 850\ cm^3$ puis `v`$= 212cm^3$.

```
>>> from CONSERVE import *
>>> dimensions(850)
>>> dimensions(212)
```

Fonction `hauteur`

1°) Pour un cylindre de rayon r et de hauteur h son volume est :

$$v = \pi r^2 \times h$$

On en déduit que $h = \frac{v}{\pi r^2}$ car $r \neq 0$.

Remarque : `pi` est un nombre issue de la bibliothèque `math`.

```
ÉDITEUR : CONSERVE
LIGNE DU SCRIPT 0010
from math import *
def hauteur(r,v):
  h=v/(pi*r**2)
  return h
```

Fonction `surface`

2°) La surface S de la boîte est constituée de la somme de la surface S_1 du cylindre :

$$S_1 = 2\pi r \times h = 2\pi r \times \frac{v}{\pi r^2} = \frac{2v}{r}$$

Et de la surface S_2 des deux disques supérieur et inférieur :

$$S_2 = 2 \times \pi r^2$$

Ainsi $S = S_1 + S_2 = \frac{2v}{r} + 2 \times \pi r^2$

```
def surface(r,v):
  s=(2*v)/r+2*pi*r**2
  return s
```

Fonction `dimensions`

3°) On connait le volume v et on cherche la valeur de `r` qui minimise la surface de la boîte S.

On sait que $r \in [2{,}10]$.

On va faire varier le rayon à l'aide d'une variable `i` qui va s'incrémenter de 0,01 à chaque tour de boucle.

`i` va être initialisé à 2 et la boucle continue tant que `i<10`.

`s` est la surface, initialisée à la surface correspondant à un rayon de 2 (pour le volume v donné).

A chaque tour de boucle, on calcule la surface pour un rayon `i` et si cette surface est plus petite on l'affecte à `s` et on retient le rayon correspondant dans la variable `r`.

A la fin de la boucle on renvoie le couple `r,s` le rayon obtenu pour la surface `s` la plus petite (parmi celles calculées).

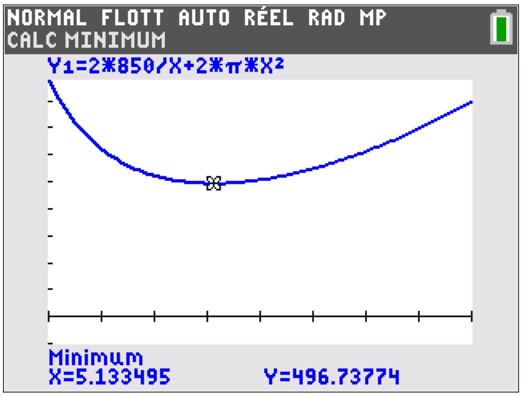
```
ÉDITEUR : CONSERVE
LIGNE DU SCRIPT 0020
def dimensions(v):
  i=2
  r=2
  s=surface(2,v)
  while i<10:
    if surface(i,v)<s:
      s=surface(i,v)
      r=i
    i=i+0.01
  return r,hauteur(r,v)
Fns...| a A # |Outils| Exéc |Script
```

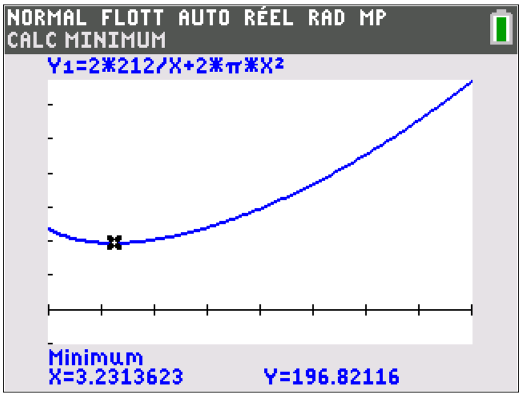
4°) Dans l'application numérique on obtient que pour un volume de 850 cm^3 le rayon qui minimise la surface est $r = 5{,}13$ cm pour une hauteur de $h = 10{,}28$ cm.

De même, pour un volume de 212 cm^3 on obtient un rayon de 3,22 cm pour une hauteur de 6,47 cm.

```
>>> from CONSERVE import *
>>> dimensions(850)
(5.129999999999933, 10.28097546657202)
>>> dimensions(212)
(3.229999999999974, 6.468162818675988)
```

On peut aussi vérifier ces valeurs à l'aide des outils d'analyse numérique de la TI-83 premium CE :





Remarque : Cet exercice correspond à la recherche d'un extremum d'une fonction par balayage.