

## Differentiequotient.

Het differentiequotient van een functie  $f$  over het interval  $[A; B]$  kan je berekenen met de formule:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(B) - f(A)}{B - A}$$

### Voorbeeld

Bereken het differentiequotient van de functie  $f(x) = 2\sqrt{x}$  over het interval  $[1; 9]$ .

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(9) - f(1)}{9 - 1} = \frac{6 - 2}{8} = \frac{1}{2}.$$

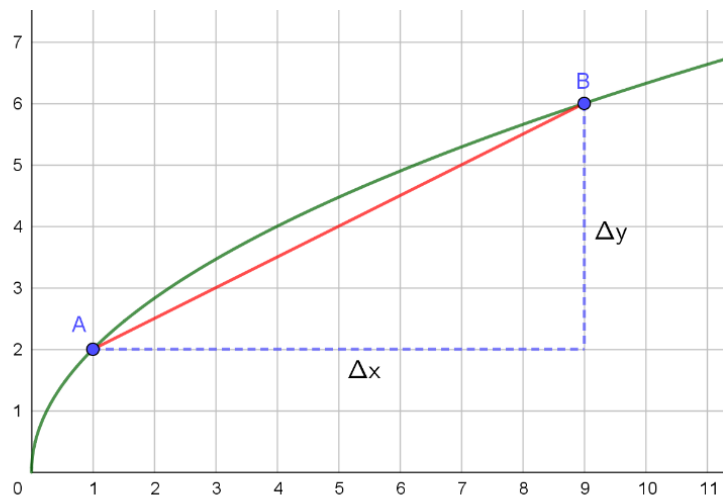
Als je enkel het differentiequotient over het gegeven interval wilt weten ben je nu klaar.

In veel gevallen zal je worden gevraagd het interval te verkleinen naar waarden als  $[1; 2]$  of  $[1; 1,01]$  of  $[1; 1,0001]$ .

Met een klein interval kun je de helling van de grafiek in het punt A achterhalen. Een interval als  $[1; 9]$  is dan veel te onbetrouwbaar en te grof.

Je rekenmachine kan je helpen om dat interval steeds kleiner te maken al moet je dan wel vaak hetzelfde proces doorlopen om voor een steeds kleiner interval te kijken wat de waarde van het differentiequotient is.

Het programma wat je hier aantreft kan je daarbij helpen.



## Programma DIFQUOTI

```
Disp "DIFFERENTIE QUOTIENT"  
Disp "((YA+I)-YA)/(I)"  
Disp "VERKLEIN INTERVAL MET"  
Disp "FACTOR: F. DOE DIT"  
Disp "N KEER."  
Disp "ZET FUNCTIE IN Y1"  
Disp "X-WAARDE: A"  
Prompt A  
Disp "LENGTE INTERVAL: I"  
Prompt I  
Disp "FACTOR: F"  
Prompt F  
Disp "AANTAL KEER: N"  
Prompt N  
ClrAllLists  
PlotsOff  
FnOn  
AxesOn  
If I≤0  
Then  
Goto Q  
Else  
If F≤1 or fPart(F)≠0  
Then  
Goto X  
Else  
If N≤1 or fPart(N)≠0  
Then  
Goto U  
Else  
seq(A+I/(F^P),P,0,N,1)→L1  
Y1(L1)→LYB  
augment(LYB,{Y1(A)})→LYF  
dim(L1)→W  
List ▶ matr(L1,LYB,[B])  
seq(I/(F^P),P,0,N,1)→LD  
(Y1(L1)-Y1(A))/LD→L2  
ClrDraw  
G—T  
For(V,1,W,1)  
A-2→Xmin  
[B](V,1)+2→Xmax  
min(LYF)-5→Ymin  
max(LYF)+2→Ymax
```

Deel je interval door de waarde die je als factor ingeeft.  
Dat delen doe je minstens 2 keer. Zo zoom je steeds verder  
in op de waarde van het differentiequotient. \*\*

\* Zie opmerking.  
Maak lijsten leeg.  
Zet andere plots uit.  
Zet functie (Y1) aan.  
Assen aan.  
Kijk of interval kleiner of gelijk is aan 0, dan foutmelding.

Kijk of factor breuk is of  $<1$  , dan foutmelding.

Kijk of aantal keer breuk is of  $<1$  , dan foutmelding.

x-waarden van punt B in L1.  
y-waarden van punt B in LYB.  
Voeg alle y-waarden samen in LYF. Nodig voor window.  
Aantal waarnemingen.  
Zet x-B en y-B samen in matrix B.  
Zet intervallen in LD.  
Zet berekende diff. quotienten in lijst 2.  
Schoon plot op.  
Splits scherm.  
Start **loop**\*.  
Zet x-window goed. Gebruik x-A en x-B.

Zet y-window goed. Gebruik waarden in lijst YF.

<b>Line(A,Y<sub>1</sub>(A),[B](V,1),[B](V,2),11)</b>	Trek lijn tussen A en B in kleur rood (11).
<b>Pt-On(A,Y<sub>1</sub>(A),2,14)</b>	Teken punt A als blokje (2) in kleur groen (14).
<b>Pt-On([B](V,1),[B](V,2),2,11)</b>	Zet punt bij B als blokje (2) in kleur rood (11).
<b>Text(10,2,"XA=",A)</b>	Zet teksten in plot.
<b>Text(25,2,"XB=", [B](V,1))</b>	
<b>Text(40,2,"D.Q:=",L<sub>2</sub>(V))</b>	
<b>DispGraph</b>	Laat plot zien.
<b>A→TblStart</b>	Laat tabel met x en y-waarden starten bij x-A.
<b>↳D(V)→ΔTbl</b>	Gebruik lengte van interval als stapgrootte in tabel.
<b>DispTable</b>	Laat tabel bij plot zien.
<b>End</b>	Einde van de <b>loop</b> *.
<b>(Y<sub>1</sub>(A+0.000001)-Y<sub>1</sub>(A))/0.000001→R</b>	Bereken Diff.Qu. met klein interval.
<b>Disp "HET DIFFERENTIE"</b>	
<b>Disp "QUOTIENT GAAR NAAR"</b>	
<b>Disp "DE WAARDE:",R</b>	
<b>Stop</b>	
<b>Lbl X</b>	Start teksten van foutmeldingen.
<b>Disp "DE VERKLEININGSFACTOR"</b>	
<b>Disp "MOET EEN GEHEEL GETAL"</b>	
<b>Disp "GROTER DAN 1 ZIJN"</b>	
<b>Stop</b>	
<b>Lbl U</b>	
<b>Disp "AANTAL KEER MOET EEN"</b>	
<b>Disp "GEHEEL GETAL GROTER"</b>	
<b>Disp "DAN 1 ZIJN"</b>	
<b>Stop</b>	
<b>Lbl Q</b>	
<b>Disp "HET INTERVAL MOET EEN"</b>	
<b>Disp "GETAL GROTER DAN 0 ZIJN"</b>	
<b>Stop</b>	

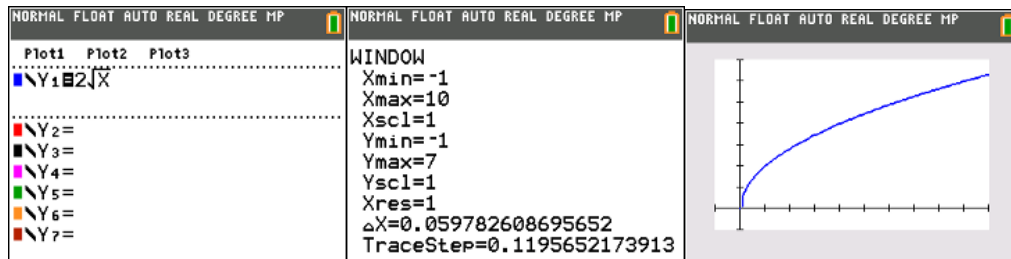
\* Alle commando's die binnen de loop ( for...end) vallen worden aangestuurd door een variabele V die loopt van 1 t/m W, de lengte van lijst 1. De lengte van lijst wordt gemaakt door de waarde van N. Als je in die loop zit kun je niet stoppen.

Als  $N = W = 5$  dan moet je dus 5 keer enter geven om alle stappen te zien. Pas na alle 5 rondes doorlopen te hebben kan je verder.

Als je snel wilt doe je er slim aan om F hoog te kiezen en N laag.

\*\* Je start met het interval I. Door de waarden voor F en N te kiezen ga je in N stappen van het interval I naar het interval  $\frac{I}{FN}$ .

**VB1A:**

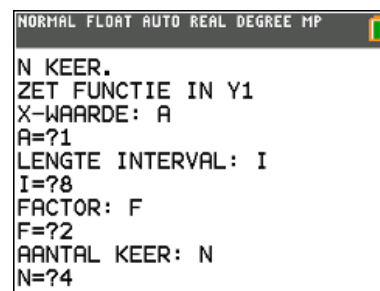


Start-situatie van de GR bij de gegeven functie.

Bereken het differentiequotiënt van de functie  $f(x) = 2\sqrt{x}$  over het interval  $[1,9]$ .

Om dit op te lossen en tevens de intervallen kleiner te krijgen kan je b.v. invoeren:

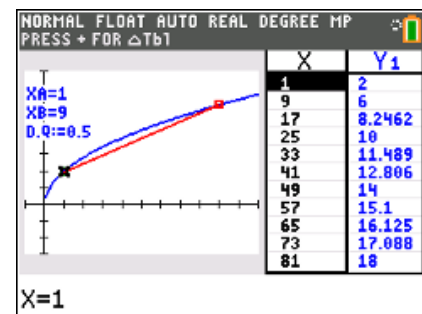
- Startwaarde :  $A = 1$
- Lengte interval:  $I = 8$  (immers  $1 + 8 = 9$ )
- Verkleiningsfactor interval:  $F = 2$
- Aantal keer verkleinen:  $N = 4$



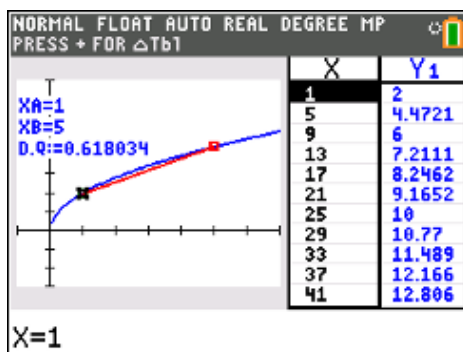
Na start van het programma is de eerste plot :

Merk op dat het scherm is gesplitst en dat de tabel zichtbaar is geworden. Startwaarde tabel is 1 (= A) en de stapgrootte in de tabel is gelijk aan 8 (= I).

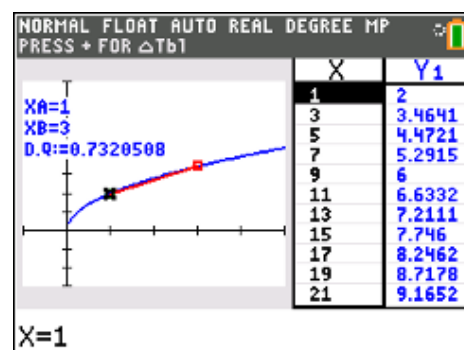
Differentiequotiënt:  $D. Q. = \frac{1}{2}$



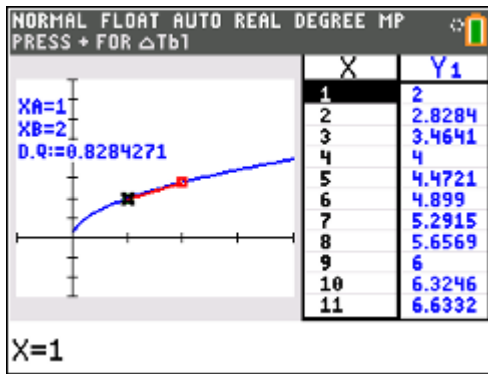
Om de verkleinde intervallen op te roepen druk op enter, dan wordt het interval steeds 2 keer zo klein (= F) en de window x-as en de tabel-stapgrootte automatisch aangepast.



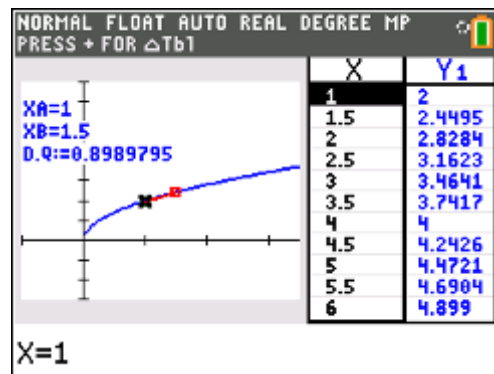
1-e keer delen van I:  $I = 4$   
 $D. Q. = 0,618..$



2-e keer:  $I = 2$   
 $D. Q. = 0,732..$



3-e keer :  $I = 1$   
D.Q. = 0,828..



4-e keer:  $I = \frac{1}{2}$   
D.Q. = 0,898..

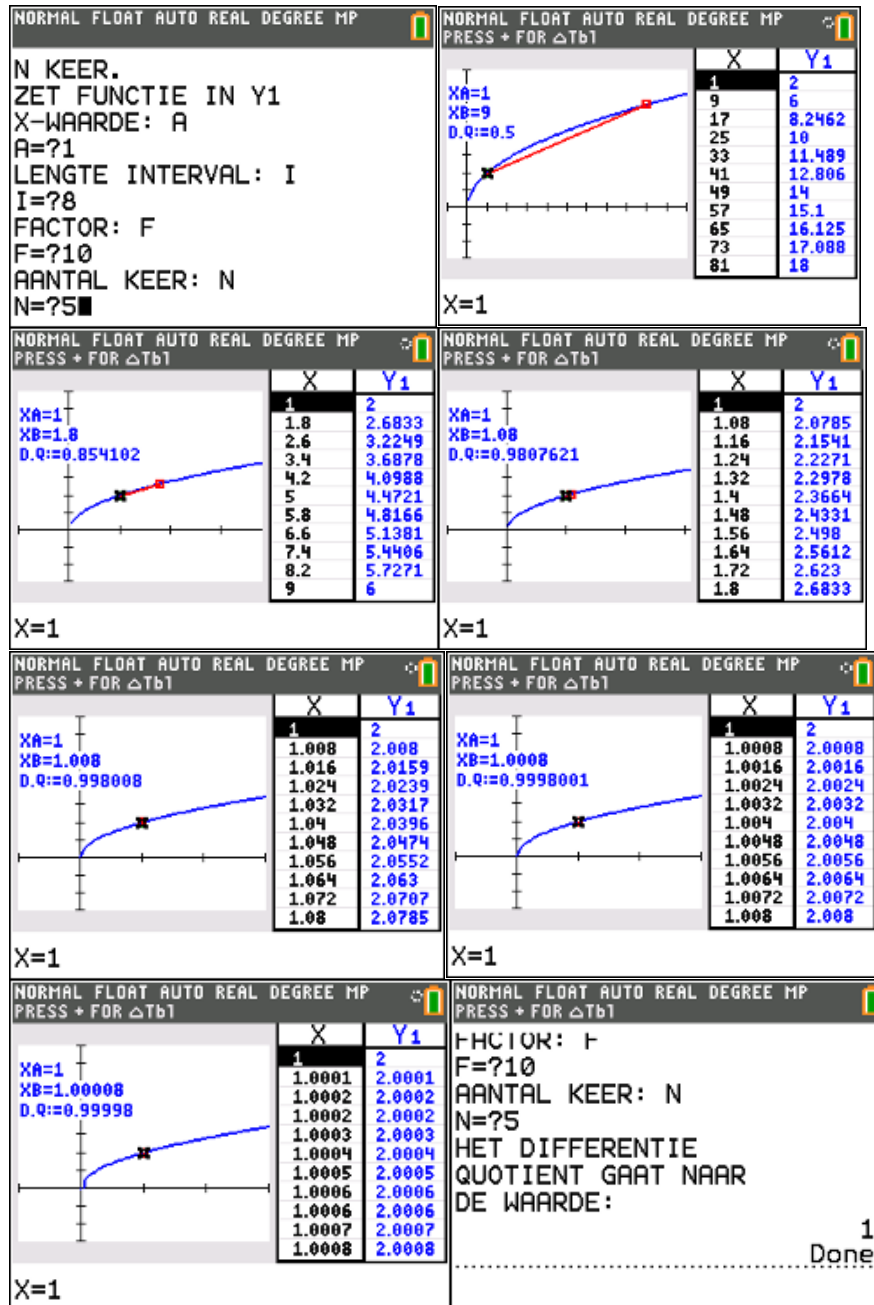
```

NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP
PRESS + FOR ΔTb1
FHCIOR: F
F=?2
AANTAL KEER: N
N=?4
HET DIFFERENTIE
QUOTIENT GAAT NAAR
DE WAARDE:
1
Done
    
```

Als afsluiter krijg je dit scherm te zien.

**VB 1B**

Je kan uiteraard sneller het interval verkleinen als je als voor de waarde van  $F$  en  $N$  een groter getal kiest, bv  $F = 10$  en  $N = 5$

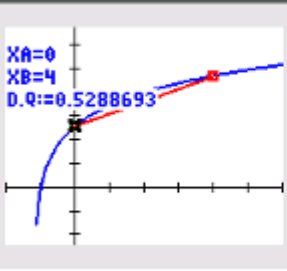
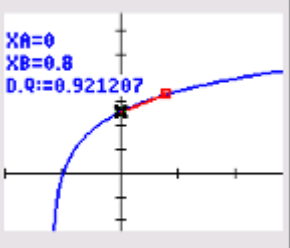
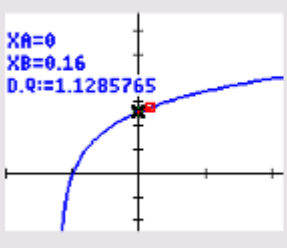
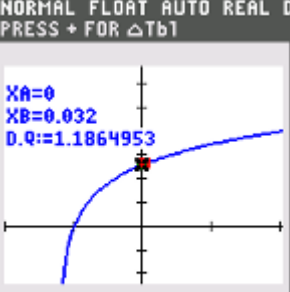
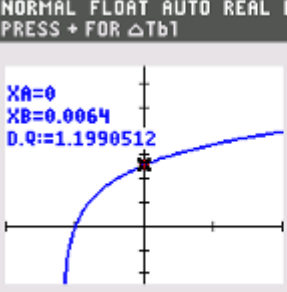
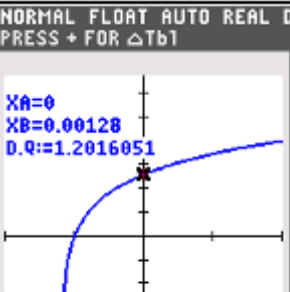


In dit voorbeeld verklein je het interval iedere stap met een factor 10 en voer je die verkleining 5 keer uit. Je gaat dus van een interval met lengte 8 in vijf stappen terug naar een interval met lengte 0,00008. Dus van  $I$  naar  $\frac{I}{F^N}$ .  
Het differentiequotient gaat stapsgewijs van  $\frac{1}{2}$  naar 1.

**VB 2**

Bereken het differentiequotiënt van de functie  $f(x) = {}^2\log(5x + 6)$  in het punt met  $x = 0$ . Om dit via het programma op te lossen is er gekozen voor:

$A = 0$  ;  $I = 4$ ;  $F = 5$  ;  $N = 5$

<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p> <p>N KEER. ZET FUNCTIE IN Y1 X-WAARDE: A A=?0 LENGTE INTERVAL: I I=?4 FACTOR: F F=?5 AANTAL KEER: N N=?5</p>	<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="981 481 1157 750"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>4</td><td>4.7004</td></tr> <tr><td>8</td><td>5.5236</td></tr> <tr><td>12</td><td>6.0444</td></tr> <tr><td>16</td><td>6.4263</td></tr> <tr><td>20</td><td>6.7279</td></tr> <tr><td>24</td><td>6.9773</td></tr> <tr><td>28</td><td>7.1898</td></tr> <tr><td>32</td><td>7.375</td></tr> <tr><td>36</td><td>7.5392</td></tr> <tr><td>40</td><td>7.6865</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	4	4.7004	8	5.5236	12	6.0444	16	6.4263	20	6.7279	24	6.9773	28	7.1898	32	7.375	36	7.5392	40	7.6865																								
X	Y1																																																
0	2.585																																																
4	4.7004																																																
8	5.5236																																																
12	6.0444																																																
16	6.4263																																																
20	6.7279																																																
24	6.9773																																																
28	7.1898																																																
32	7.375																																																
36	7.5392																																																
40	7.6865																																																
<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="486 862 670 1108"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>0.8</td><td>3.3219</td></tr> <tr><td>1.6</td><td>3.8074</td></tr> <tr><td>2.4</td><td>4.1699</td></tr> <tr><td>3.2</td><td>4.4594</td></tr> <tr><td>4</td><td>4.7004</td></tr> <tr><td>4.8</td><td>4.9069</td></tr> <tr><td>5.6</td><td>5.0875</td></tr> <tr><td>6.4</td><td>5.2479</td></tr> <tr><td>7.2</td><td>5.3923</td></tr> <tr><td>8</td><td>5.5236</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	0.8	3.3219	1.6	3.8074	2.4	4.1699	3.2	4.4594	4	4.7004	4.8	4.9069	5.6	5.0875	6.4	5.2479	7.2	5.3923	8	5.5236	<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="981 862 1157 1108"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>0.16</td><td>2.7655</td></tr> <tr><td>0.32</td><td>2.926</td></tr> <tr><td>0.48</td><td>3.0704</td></tr> <tr><td>0.64</td><td>3.2016</td></tr> <tr><td>0.8</td><td>3.3219</td></tr> <tr><td>0.96</td><td>3.433</td></tr> <tr><td>1.12</td><td>3.5361</td></tr> <tr><td>1.28</td><td>3.6323</td></tr> <tr><td>1.44</td><td>3.7225</td></tr> <tr><td>1.6</td><td>3.8074</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	0.16	2.7655	0.32	2.926	0.48	3.0704	0.64	3.2016	0.8	3.3219	0.96	3.433	1.12	3.5361	1.28	3.6323	1.44	3.7225	1.6	3.8074
X	Y1																																																
0	2.585																																																
0.8	3.3219																																																
1.6	3.8074																																																
2.4	4.1699																																																
3.2	4.4594																																																
4	4.7004																																																
4.8	4.9069																																																
5.6	5.0875																																																
6.4	5.2479																																																
7.2	5.3923																																																
8	5.5236																																																
X	Y1																																																
0	2.585																																																
0.16	2.7655																																																
0.32	2.926																																																
0.48	3.0704																																																
0.64	3.2016																																																
0.8	3.3219																																																
0.96	3.433																																																
1.12	3.5361																																																
1.28	3.6323																																																
1.44	3.7225																																																
1.6	3.8074																																																
<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="486 1176 670 1467"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>0.032</td><td>2.6229</td></tr> <tr><td>0.064</td><td>2.6599</td></tr> <tr><td>0.096</td><td>2.696</td></tr> <tr><td>0.128</td><td>2.7312</td></tr> <tr><td>0.16</td><td>2.7655</td></tr> <tr><td>0.192</td><td>2.7991</td></tr> <tr><td>0.224</td><td>2.8319</td></tr> <tr><td>0.256</td><td>2.8639</td></tr> <tr><td>0.288</td><td>2.8953</td></tr> <tr><td>0.32</td><td>2.926</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	0.032	2.6229	0.064	2.6599	0.096	2.696	0.128	2.7312	0.16	2.7655	0.192	2.7991	0.224	2.8319	0.256	2.8639	0.288	2.8953	0.32	2.926	<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="981 1176 1157 1467"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>0.0064</td><td>2.5926</td></tr> <tr><td>0.0128</td><td>2.6003</td></tr> <tr><td>0.0192</td><td>2.6079</td></tr> <tr><td>0.0256</td><td>2.6154</td></tr> <tr><td>0.032</td><td>2.6229</td></tr> <tr><td>0.0384</td><td>2.6304</td></tr> <tr><td>0.0448</td><td>2.6378</td></tr> <tr><td>0.0512</td><td>2.6452</td></tr> <tr><td>0.0576</td><td>2.6526</td></tr> <tr><td>0.064</td><td>2.6599</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	0.0064	2.5926	0.0128	2.6003	0.0192	2.6079	0.0256	2.6154	0.032	2.6229	0.0384	2.6304	0.0448	2.6378	0.0512	2.6452	0.0576	2.6526	0.064	2.6599
X	Y1																																																
0	2.585																																																
0.032	2.6229																																																
0.064	2.6599																																																
0.096	2.696																																																
0.128	2.7312																																																
0.16	2.7655																																																
0.192	2.7991																																																
0.224	2.8319																																																
0.256	2.8639																																																
0.288	2.8953																																																
0.32	2.926																																																
X	Y1																																																
0	2.585																																																
0.0064	2.5926																																																
0.0128	2.6003																																																
0.0192	2.6079																																																
0.0256	2.6154																																																
0.032	2.6229																																																
0.0384	2.6304																																																
0.0448	2.6378																																																
0.0512	2.6452																																																
0.0576	2.6526																																																
0.064	2.6599																																																
<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p>  <table border="1" data-bbox="486 1534 670 1825"> <thead> <tr><th>X</th><th>Y1</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2.585</td></tr> <tr><td>0.0013</td><td>2.5865</td></tr> <tr><td>0.0026</td><td>2.588</td></tr> <tr><td>0.0038</td><td>2.5896</td></tr> <tr><td>0.0051</td><td>2.5911</td></tr> <tr><td>0.0064</td><td>2.5926</td></tr> <tr><td>0.0077</td><td>2.5942</td></tr> <tr><td>0.009</td><td>2.5957</td></tr> <tr><td>0.0102</td><td>2.5972</td></tr> <tr><td>0.0115</td><td>2.5987</td></tr> <tr><td>0.0128</td><td>2.6003</td></tr> </tbody> </table> <p>X=0</p>	X	Y1	0	2.585	0.0013	2.5865	0.0026	2.588	0.0038	2.5896	0.0051	2.5911	0.0064	2.5926	0.0077	2.5942	0.009	2.5957	0.0102	2.5972	0.0115	2.5987	0.0128	2.6003	<p>NORMAL FLOAT AUTO REAL DEGREE MP PRESS + FOR <math>\Delta</math>Tb1</p> <p>FACTOR: F F=?5 AANTAL KEER: N N=?5 HET DIFFERENTIE QUOTIENT GAAT NAAR DE WAARDE:  1.202246 Done</p>																								
X	Y1																																																
0	2.585																																																
0.0013	2.5865																																																
0.0026	2.588																																																
0.0038	2.5896																																																
0.0051	2.5911																																																
0.0064	2.5926																																																
0.0077	2.5942																																																
0.009	2.5957																																																
0.0102	2.5972																																																
0.0115	2.5987																																																
0.0128	2.6003																																																