

Vorwort

Wozu dieses Buch? Für wen ist es geschrieben?

In diesem Buch werden die Grundlagen der Differentialrechnung sowie einige ihrer Anwendungen ausführlich erklärt. Seine Kennzeichen sind:

- eine klare Sprache,
- viele Illustrationen,
- viele genau vorgerechnete Beispiele,
- viele Übungsaufgaben – auch für Computer-Algebra-Systeme – mitsamt ihren Lösungen zur Festigung des Lernstoffs.

Daher ist das Buch sowohl als Lehrmittel im Unterricht als auch für das Selbststudium geeignet.

Dieses Buch ist Band 4 der auf insgesamt 6 Bände ausgelegten Buchreihe über Analysis. Diese Reihe wendet sich an Studierende an Gymnasien, technischen Fachschulen usw. und an alle, die sich auf ein Hochschulstudium vorbereiten möchten, bei dem solide Grundkenntnisse in Analysis vorausgesetzt werden.

Ziele und Grundsätze

- Die Erklärungen sind möglichst einfach, gehen jedoch nicht zulasten der mathematischen Sorgfalt. Mit den Worten von Albert Einstein: „So einfach wie möglich, aber nicht einfacher.“

Deshalb werden wichtige neue Begriffe zuerst an Beispielen illustriert und verständlich gemacht – und erst dann sorgfältig definiert. Deshalb werden viele mathematische Sätze zuerst plausibel gemacht und erläutert – und erst dann sorgfältig formuliert und bewiesen. Auf ein paar wenige allzu schwierige Beweise wird jedoch verzichtet.

- Der behandelte Stoff ist unterteilt in Grundstoff und Ergänzungsstoff. Der Grundstoff ist für das Verständnis der nachfolgenden Kapitel wichtig und sollte daher studiert werden. Abschnitte, die als Ergänzung gekennzeichnet sind, können weggelassen werden, ohne dass dadurch der rote Faden verloren ginge. In diesen Abschnitten werden oft weiterführende Themen – z. B. für Leistungskurse – oder Anwendungen des behandelten Stoffs in verschiedenen Fachgebieten vorgestellt.
- Es werden Hinweise zum Einsatz von Taschenrechnern mit einem Computer-Algebra-System (CAS) gegeben, und zwar anhand von Nspire™ CAS von Texas Instruments. Dieses CAS ist auch auf Windows-PCs, Macs und iPads lauffähig. Man kann dieses Buch jedoch auch problemlos durcharbeiten, wenn man kein CAS zur Hand hat.
- Dieser Band enthält über 1200 Aufgaben und Teilaufgaben von unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Sie sind in der Regel folgendermassen gegliedert:
 - Theoriefragen, deren Antworten im Text des jeweiligen Kapitels stehen.
 - Einfachere und anspruchsvollere Aufgaben zum Grundstoff und zum Ergänzungsstoff; die Lösungen sind am Schluss dieses Bandes aufgeführt.
 - Aufgaben für Freaks, welche oft sehr anspruchsvoll sind und weit über das Thema hinausführen können. Manche Aufgaben sind Ideen für Projekte und grössere Arbeiten. Zu diesen Aufgaben sind nur ausnahmsweise die Lösungen angegeben.
 - Bei manchen Aufgaben wird der Einsatz eines CAS empfohlen. Diese Empfehlung ist nicht zwingend; im Einzelfall entscheidet die jeweilige Lehrerin, der jeweilige Lehrer darüber, welche Hilfsmittel zugelassen sind.

Mathematische Vorkenntnisse

In diesem Band wird als bekannt vorausgesetzt:

- aus der Mengenlehre: die Kenntnis der Symbole \in , \notin , \subset , $\not\subset$, \cup und \cap ;
- aus der Algebra: das Rechnen mit „Buchstaben“ auch bei Brüchen, der Betrag einer Zahl, der Umgang mit einfachen Ungleichungen, das Faktorisieren, das Lösen von quadratischen Gleichungen und von linearen Gleichungssystemen, die Potenzgesetze für natürliche, ganzzahlige und rationale Exponenten sowie die Logarithmen und ihre Gesetze;
- aus der Geometrie: das Koordinatensystem mit x- und y-Achse, grundlegende Berechnungen von Flächen- und Rauminhalten, Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mithilfe der Winkelfunktionen \sin , \cos und \tan sowie die Kenntnis des Bogenmasses, des in der Analysis standardmässig verwendeten Winkelmasses;
- der Stoff der Bände *Analysis 1*, *Analysis 2* und *Analysis 3*; einen Überblick finden Sie auf den beiden vorangehenden Seiten.

Verweise und Symbole im Text

In der Mathematik baut eines auf dem andern auf. Deshalb wird im Text oft auf eine andere Stelle im Werk verwiesen.

- 19.1, 19.2, 19.3, ... bezeichnet die Abschnitte in Kapitel 19.
- 19.4.1, 19.4.2, 19.4.3, ... bezeichnet die Definitionen, Sätze, Beispiele, ... in Abschnitt 19.4.
- [19.1], [19.2], [19.3], ... bezeichnet Formeln in Kapitel 19.
- Das Symbol ■ steht am Ende eines Beweises, das Symbol ♦ am Ende eines Beispiels.

Dank

Ein herzliches Dankeschön geht an alle, die mich in irgendeiner Form unterstützt haben. Prof. Dr. Hans Kummer stand mir bei einigen kniffligen Stellen mit seinem enormen mathematischen Fachwissen zur Seite. Dr. Jan-Peter Trepp korrigierte den Text in mathematischer Hinsicht, kontrollierte jede Zeile und löste jede Aufgabe – eine enorme Leistung! Dank seiner grossen praktischen Erfahrung, die weit über die Mittelschulmathematik hinausgeht, konnte er auch bei vielen Anwendungen wertvolle Tipps geben. Jakob Spälti korrigierte den Text in sprachlicher Hinsicht. Philipp Luder bearbeitete einige der abgedruckten Graphiken. Meine Vorgesetzten an den Kantonsschulen in Glarus GL und Bülach ZH schufen die Rahmenbedingungen, dass dieses Werk überhaupt entstehen kann. Weiter unterstützten mich der Physiker Carmelo Marchica, die Piloten Ruedi Schmid und Leo Kühne, einige Fotografen durch die Bewilligung zum Abdruck ihrer Aufnahmen und die SBB durch das Erteilen von Auskünften und der Bewilligung zum Abdruck von Schienenplänen.

Ich hoffe auf eine wohlwollende Aufnahme dieses Buches und freue mich über jede konstruktive Kritik.

Bülach, im Sommer 2015

Beat Eicke