Applications dans la classe

Serge Etienne
Koen Stulens
Hildegard Urban
Martin van Reeuwijk

Note importante concernant le contenu de ce livre :

T^{3}™ Europe ne fournit aucune garantie, exprimée ou implicite, pour le contenu de cet ouvrage.

T^{3}™ Europe ne pourra être opposé à quiconque en raison de dommages consécutifs à l'utilisation de ces contenus et de la réalisation des expériences qui y sont décrites.

T^{3}™ Europe ne pourra être tenu responsable de l'utilisation de ces contenus.

T^3 Europe
Teachers Teaching with Technology™
www.t3ww.org

Avant-propos :

La calculatrice graphique a changé et change encore aujourd’hui la manière d'enseigner des mathématiques partout dans le monde. Pour des élèves, la TI-84 plus est non seulement un outil pour vérifier leurs résultats mais également une aide très utile pour les aider à approcher un problème de différents points de vue : une approche numérique, graphique, statistique et/ou géométrique. Plus que jamais elle permet lors d’études, l’exploration et la découverte de propriétés mathématiques. Les différentes approches d’un problème amélioreront la perspicacité des élèves, ce qui augmente leur motivation et leur engagement dans la réflexion mathématique.

Les applications (APPS) incluses ou transférables (depuis le CD joint à la calculatrice ou téléchargés à partir du site TI) sur les TI-83 plus (et silver edition)[1], les TI-84 plus (et silver edition) sont de petits logiciels qui permettent d'adapter la calculatrice à certaines utilisations en classe. L'utilisation d'APPS augmente l'activité individuelle des élèves, facilite la visualisation des problèmes et crée une intégration utile de la technologie pendant la résolution de problèmes.

Outils d’étude et d’enseignement les APPS sont utiles et utilisables non seulement pour des maths mais également pour la science, les sciences économiques et beaucoup d'autres domaines. Une plus grande mémoire et un port USB sur les TI-84 plus et TI-84 plus silver edition en font des calculatrices graphiques interdisciplinaires. La combinaison de ces calculatrices avec des produits simples et faciles d’emploi comme les Vemiers les transforment en capteurs de données. Il suffit de relier les capteurs au port USB et automatiquement débute l'enregistrement des données.

Ce livre de T^3 Europe, écrit par un groupe constitué de Serge Etienne (France), Koen Stulens (Belgique), Hildegard Urbains-Woldron (Autriche) et de Martin van Reeuwijk (Hollande) montre par des exemples éducatifs les avantages d'intégrer les APPS dans l'éducation des maths (et science).

Koen Stulens
T^3 Flandres

[1] Certaines applications sont aussi disponibles pour TI-89 Titanium et Voyage 200.

Sommaire :

I. INTRODUCTION

« **Applications dans la classe** » se compose de trois parties :

Dans la première, « **utilisation éducative des applications** », nous nous concentrons sur quelques exemples éducatifs dans lesquels nous employons des applications pour explorer et résoudre des problèmes. Les applications utilisées sont montrées comme des outils de discussion des thèmes plutôt que de décrire la fonctionnalité de l'APPS employée.

La deuxième partie, « **vue d'ensemble des applications** », est plus ou moins un guide rapide des APPS utilisées dans la première partie. S'y ajoutent la description de quelques autres APPS intéressantes qui peuvent être employées pour résoudre d'autres problèmes que les exemples du deuxième chapitre. La fonctionnalité de chaque application est expliquée par quelques exemples éducatifs. Nous avons classifié les APPS dans les quatre catégories suivantes :

Tool *New functionality*	**Reference**	**Mode** *New graphing mode*	**Test / Practice**
Cabri® Junior	Area Formulas	Inequality Graphing	Area Formulas
CellSheet™	Catalog Help	Transformation Graphing	Guess My Coefficients
EasyData™	Conic Graphing		
Finance	Science Tools		
Probability Simulation			
Science Tools			
StudyCards™			
Polynomial Root Finder and Simultaneous Equation Solver			

Dans la troisième partie, « **informations complémentaires** », nous décrivons brièvement le « logiciel compagnon » TI Connect d'échange de données ordinateur calculatrice qui permet de transférer des programmes, des applications, des données avec la calculatrice. Un mode d'emploi rapide indique comment vous pouvez installer sur votre calculatrice des programmes, faire la mise à jour d'OS ou applications.

II. UTILISATION EDUCATIVE DES APPLICATIONS.

2.1 Phénomènes de croissance, calculs financiers.

GROUPE CIBLE :
Elèves de lycée, élèves de sections économiques, supérieur.

OBJECTIFS :
Introduction et compréhension des calculs financiers, suites géométriques, croissance exponentielle.

PRE REQUIS MATHEMATIQUE :
Proportionnalité, pourcentages, suites géométriques, phénomènes exponentiels.

PRE REQUIS CALCULATRICE :
Utilisation de l'éditeur statistique, des applications FINANCE et CELLSHEET.

La nature n'est pas simple. On peut remarquer autour de nous de nombreux phénomènes de croissance non linéaire. Les calculs financiers, avec la proportionnalité, les suites géométriques, l'accroissement exponentiel, en sont un bon exemple. Observer grandir l'être humain, les plantes, regarder augmenter la population de bactéries dans une boite de Pétri, la vitesse d'une réaction chimique, ou l'éloignement du bétail autour d'une étable, permet d'apercevoir bien d'autres phénomènes de croissance naturels.

2.1.1 Les joies du crédit :

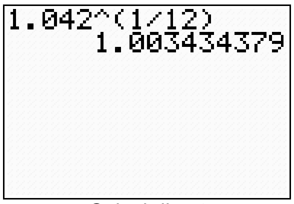
Afin de se familiariser avec les calculs financiers, cinq problèmes vont être résolus à partir de formules mathématiques, puis par des moyens différents : le tableur, le solveur, l'application financière.

Utilisation du tableur et des suites géométriques pour découvrir les mécanismes du crédit :

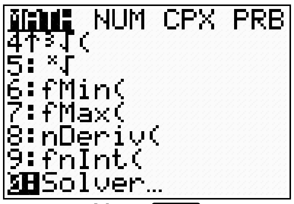
Pour l'achat d'un véhicule on emprunte 15 000 € au taux de 3,8 % auquel s'ajoute 0,3 % pour une assurance, soit un total de 4,2 % annuel. La période de remboursement choisie est de 4 ans, soit 48 mensualités.

a. Calcul du taux mensuel :

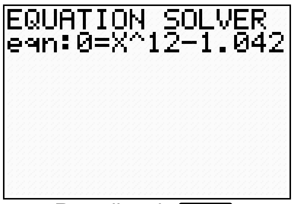
C'est $\sqrt[12]{1,042} = (1,042)^{\frac{1}{12}} = 1,003434...$ que l'on obtient par la calculatrice, soit en calcul direct, soit à l'aide du solveur.



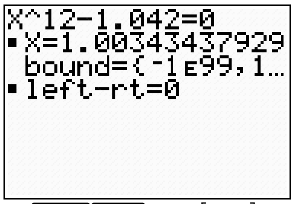
Calcul direct



Menu [MATH]



Remplir puis [ENTER].



[ALPHA][ENTER] pour [SOLVE].

b. Utilisation des suites géométriques, calcul de la mensualité constante :

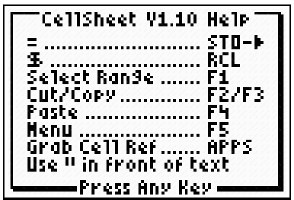
Il faut $15\ 000 = m + m\left(1-(1+i)^{-1}\right) + m\left(1-(1+i)^{-2}\right) + ... + m\left(1-(1+i)^{-47}\right)$.

Soit $15\ 000 = m\left(\dfrac{1-(1+i)^{-48}}{1-(1-i)}\right)$ d'où $m = \dfrac{15\ 000 \times 0,003434}{1-(1+0,003434)^{-48}} = 339,497...$ donc 339,50 €.

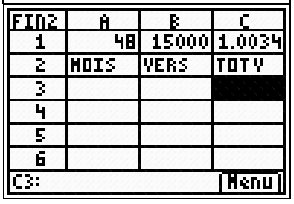
c. Utilisation du tableur :

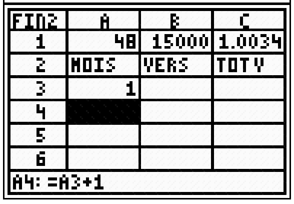
L'idée : totaliser les versements à effectuer pour donner une valeur approchée de la mensualité (constante) que l'on doit verser.

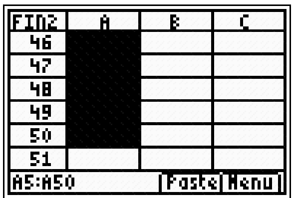
Lancer Cellsheet. A sa mise en route les instructions principales sont rappelées.

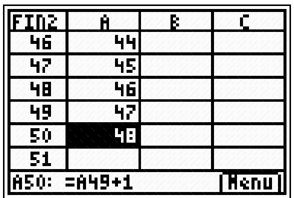


Remplir les cellules :
A1: 48 ; B1: 15 000 ;
C1: 1,003434 ; D1: rien.
A2: "Mois ; B2: "VERS ; C2: "TOT V ; D2: "Rest
A3: 1; A4: =A3+1
Sur A3 touche [ZOOM] pour [F3] (COPY) [▼] ; puis [Y=] pour (range) et [▼] ; jusqu'en cellule A50. [TRACE] pour [F4] (PASTE).

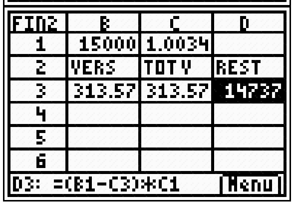


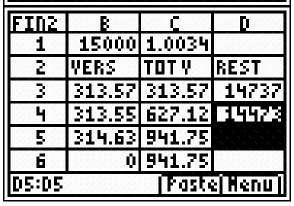


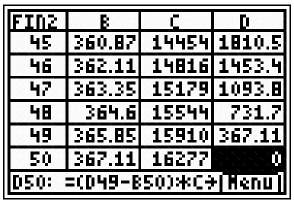




De même :
B3: =C1*B1/A1 ; C3: =B3 ; D3: =(B1-C3)*C1
B4: =D3/(48-A3) ; C4: =B4+C3 ; D4: =(D3-B4)*C$1
Recopier vers le bas jusqu'en ligne 50 (48ième ligne de calcul).
En D50 reste 0 à payer.
Somme payée (C50) 16 277 €.
Mensualité constante (moyenne des mensualités) 16 277/48=339,10.
C'est une valeur proche de 339,50 trouvée précédemment, les arrondis pouvant être responsables des erreurs.

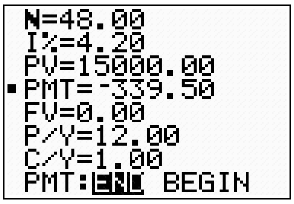


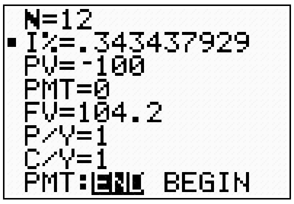




d. Utilisation de l'application finance (voir mode d'emploi rapide) :

Remplir N, I %, PV, P/Y puis se placer en PMT.
Lancer [SOLVE] par [ALPHA][ENTER].
PMT=339,50 est le montant de la mensualité.
Remplir PV, PMT, FV PY/Y puis se placer en N.
Lancer [SOLVE] par [ALPHA][ENTER]. Intérêt mensuel 0,3434… %.

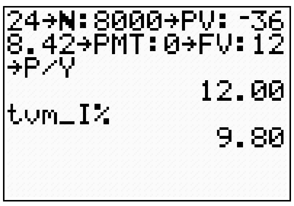




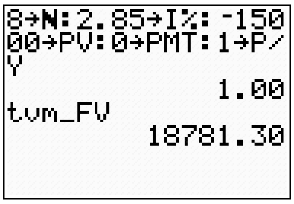
Remarque : pour l'utilisation de l'application FINANCE, il est conseillé de mettre la calculatrice en mode d'affichage limité à 2 décimales.

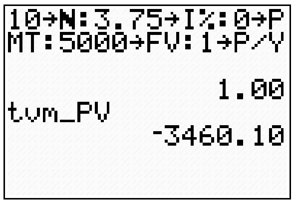
e. Utilisation directe de FINANCE :

On emprunte 8 000 € sur deux ans que l'on rembourse par des mensualités de 368,42 €. Quel est le taux d'intérêt annuel ?
On trouve 9,80 % aux arrondis près.



On place 15 000 € à 2,85 % annuel. Quelle sera la valeur acquise (retirée) au bout de 8 ans ?
On pourra retirer 18 781,30 €
Combien faut-il placer aujourd'hui au taux annuel de 3,75 pour disposer de 5 000 € dans 10 ans ?
Il faut verser 3 460,10 €.





ATTENTION : chaque fonction demande en paramètre les valeurs des autres fonctions. Si ces paramètres ne sont pas fournis, ils sont remplacés par ceux mémorisés lors de la dernière utilisation de TVM_Solver.

f. Pour finir cette série, un bel exercice actuel et « ses » résolutions élèves :

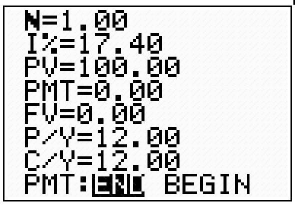
Une jolie mob est affichée au prix de 2 006 €. Avec 206 € en poche c'est un peu cher. Le vendeur très convaincant, propose de s'adresser à une société de crédit bien connue des fidèles clients du magasin de vente par correspondance « Les trois Belges Redoutables », dont la carte « Plein les Poches » permet de demander sous 48 heures un chèque allant jusqu'à 3 000 €. C'est un crédit permanent, dit crédit « revolving », où l'emprunt est remboursable « comme on peut » chaque mois. En petits caractères il est écrit que le TEG est de 17,40 % l'an soit 1,45 % par mois.
Tu convaincs tes parents d'emprunter 1 800 € et de rembourser 15 € par mois sur ton argent de poche.
Dans combien de mois les remboursements vont-ils se terminer ?

Avant de commencer… est-on étonné du calcul du taux d'intérêt mensuel par
17,40 / 12 = 1,45 ?
C'est le premier calcul que beaucoup proposent… OR, il faut raisonner en coefficient de proportionnalité et non en additionnant des pourcentages.
En effet, s'il est vrai que $1{,}0145 \times 12 = 1{,}174$, l'intérêt sera de 1,45 % par mois soit
$1{,}0145^{12} \approx 1{,}1886$ pour l'année.
Donc, pour 100 € empruntés, on paye 18,86 € d'intérêts au lieu des 17,40 € indiqués.

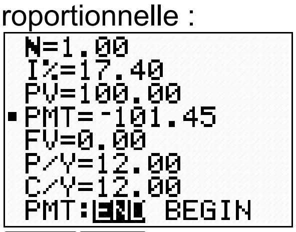
Le calcul réel devrait être : $1{,}174^{1/12} \approx 1{,}013457$ soit environ 1,35 % par mois.

Calcul du taux : l'application Finance permet de déterminer la somme versée par période (et d'en déduire l'intérêt par période) connaissant le nombre de périodes, l'intérêt général (annuel), la somme de départ.
Lancer Finance, choisir TVM_Solver.

TEG méthode proportionnelle :

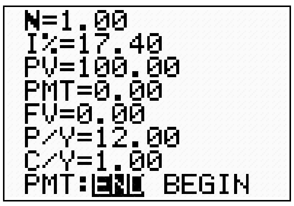


Remplir comme indiqué, puis se placer sur PMT.

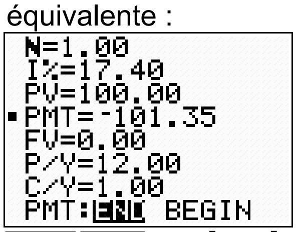


[ALPHA][ENTER] pour [SOLVE].

TEG méthode équivalente :



Remplir comme indiqué, puis se placer sur PMT.



[ALPHA][ENTER] pour [SOLVE].

Réponses : -101,45 c'est -100(1+0,0145), donc 1,45 % mensuel. Le - pour dire qu'il faut verser.
Et -101,35 c'est -100(1+0,0135) donc 1,35 % mensuel.

Remarque : depuis juillet 2002 seul le TEG « méthode équivalente » est légal en Europe.

La résolution en quatre temps et trois erreurs :

i) La finance, mais c'est très simple !

Nous avons 1 800 à verser, à 15 € par mois cela fait 180 € par an, comme 1 800 / 180 = 10, dans ***10 ans*** *j'ai fini. Petite remarque et bonne résolution, « quand j'aurai un peu plus de moyens, je verserai davantage pour rembourser plus vite ».*

ii) La vie ne manque pas d'intérêt :

Il reste 1 800 € à verser, certes, mais aussi les intérêts sur cette somme.
Soit 1 800 x (1+0,174) = 2 113,20 €. Le même calcul que précédemment donne 11,74 années. Avec 0,74 x 12 = 8,88 nous rajoutons donc 9 mois pratiquement. Il faut en définitive ***11 ans et 9 mois****.*

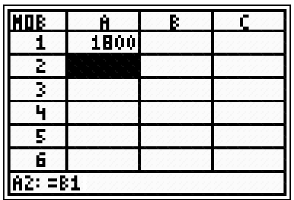
iii) Il court il court l'intérêt…

L'intérêt court sur la somme restant due à la fin de chaque période. ***Il faut donc calculer par mois*** *! Et faire un grand nombre de calculs.*

iv) La résolution par tableur :

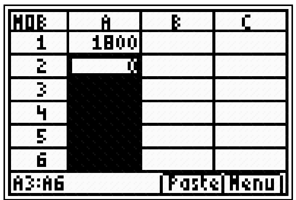
A1=1 800. A2=B1.

Revenir sur A2.
Recopier [F3][▼][Y=][▼][▼][▼][F4] jusqu'en A6.



MOB	A	B	C
1	1800		
2			
3			
4			
5			
6			

A2: =B1

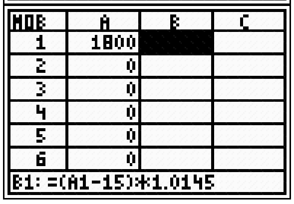


MOB	A	B	C
1	1800		
2	0		
3			
4			
5			
6			

A3:A6 Paste Menu

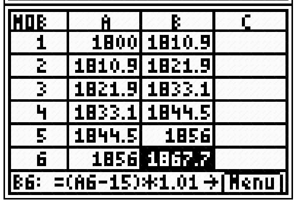
B1=(A1-15)*1.0145.

Revenir sur B1.
Recopier [F3][▼][Y=][▼][▼][▼][▼][F4] jusqu'en B6.



MOB	A	B	C
1	1800		
2	0		
3	0		
4	0		
5	0		
6	0		

B1: =(A1-15)*1.0145



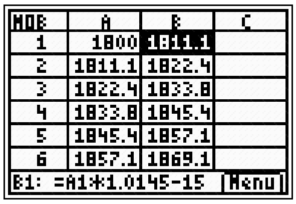
MOB	A	B	C
1	1800	1810.9	
2	1810.9	1821.9	
3	1821.9	1833.1	
4	1833.1	1844.5	
5	1844.5	1856	
6	1856	1867.7	

B6: =(A6-15)*1.01→ Menu

Le commentaire devrait être unanime… on paye de plus en plus !

v) Vingt fois sur le métier remettez votre ouvrage, polissez-le sans cesse et le repolissez (Boileau).

L'intérêt court sur la somme due à la **fin** de chaque période, ce n'est qu'après que l'on enlève la somme versée. Traitement en tableur : il suffit de changer la place des 15 € dans les formules utilisées.



MOB	A	B	C
1	1800	1811.1	
2	1811.1	1822.4	
3	1822.4	1833.8	
4	1833.8	1845.4	
5	1845.4	1857.1	
6	1857.1	1869.1	

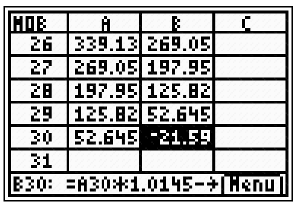
B1: =A1*1.0145-15 Menu

D'où les vraies valeurs, à peine plus élevées que les précédentes, avec la même conclusion…

Profiter de cette représentation pour deux petites questions intéressantes :

1. Quelle somme minimale permet le remboursement ?
2. Dans combien de temps se termine le crédit pour un remboursement de 75 € mensuel.

1. La somme minimale correspond **au moins** à l'intérêt de la première période soit $u_1=u_0*0,0145=26,10$ €.
2. Il suffit de remplacer 15 par 75 dans la formule générale, puis de descendre jusqu'à ce qu'il ne reste rien ou presque à payer. Lire n auquel il faut enlever 1.



MOB	A	B	C
26	339.13	269.05	
27	269.05	197.95	
28	197.95	125.82	
29	125.82	52.645	
30	52.645	-21.59	
31			

B30: =A30*1.0145-→ Menu

Le 30ième et dernier versement sera de 52,65-21,59=31,06.

vi) Résolution par l'application Finance :

Pour 1 800 € empruntés au taux d'intérêt de 17,40 %

Question 1 : combien de versements mensuels faut-il effectuer si l'on rembourse 15 € par mois ?

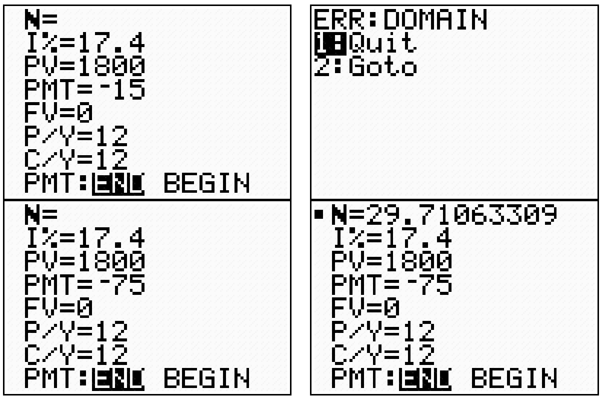
Question 2 : combien de versements mensuels faut-il effectuer si l'on rembourse 75 € par mois ?

Lancer Finance, choisir TVM_Solver.
Remplir comme ci-contre. Se placer en N=.

[ALPHA][ENTER] pour [SOLVE].

Erreur car impossible.

Refaire de même, là on trouve une réponse qui correspond au calcul effectué par le tableur, 29 mois et quelques… ce qui veut dire 30 mois, le dernier versement étant partiel.



2.1.2 Calculs financiers et suites géométriques : exemple « le départ à la retraite »

a. **Calcul des annuités constantes** à terme échu (suites géométriques, intérêt par périodes) :

Période :	0	1	2	3	…	n-1	n
Valeur période	0	a_1	a_2	a_3	…	a_{n-1}	a_n
Valeur période	0	a	a.q	$a.q^2$	…	$a.q^{n-2}$	$a.q^{n-1}$

On pose a_1=a. Alors a_2= a_1.q (inflation). Soit q=1+i (i étant l'intérêt), n le nombre de périodes.

La somme totale (somme des termes d'une suite géométrique avec q≠1 sinon elle ne serait pas géométrique !) est : V_n= $a + a.q + a.q^2 + ... + a.q^{n-1} = a(1+q+q^2+...+q^{n-1}) = a\dfrac{1-q^n}{1-q}$

V_n= $a\dfrac{1-(1+i)^n}{1-(1+i)} = a\dfrac{1-(1+i)^n}{-i} = a\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$

Comme $V_n = V_0(1+i)^n$ en remplaçant dans la formule précédente on trouve

$$V_0 = a\frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n} = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Donc :

- $V_0 = a\times\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ où V_0 est calculée en fonction d'une **valeur future** pour laquelle on tient compte de l'érosion monétaire (perte de la valeur de l'argent).
- $V_n = a\times\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$ où V_n est la **valeur actuelle** du capital (ou valeur finale totale).

Ce qui se traduit sur la calculatrice par : F*v* pour V_n, P*v* pour V_0, PMT pour *a* l'annuité (ou *m* la mensualité), I % pour $100\times i$ et *n* pour *n* le nombre de périodes.

b. **Exemple :**

Dans un certain pays, l'âge (théorique !) de départ à la retraite est 60 ans. On peut remarquer une certaine dissuasion à ce départ dès l'âge de 60 ans. En effet, la somme versée au retraité n'est complète que s'il prend sa retraite à 65 ans. S'il quitte le monde du travail à 64 ans, le montant de la somme versée est amputé de 4 % (y compris après 65

ans !). De même, pour un départ à 63 ans diminution de 8 %, de 12 % si le départ a lieu à 62 ans, 16 % à 61 et 20 % pour le départ en retraite à l'âge légal de 60 ans…
On considère une inflation de 2,5 % annuelle (perte de la valeur de l'argent), et que l'espérance de vie est de 20 ans après 60 ans.
On suppose aussi que les versements effectués, annuellement en termes échus, par la caisse de retraite sont revalorisés (augmentation basée sur l'augmentation des salaires) de 1,5 % (moins que l'inflation !) On notera que le calcul des retraites est un peu plus compliqué !.

Compréhension du problème :

- ce que l'on compare : la somme totale versée par la caisse des retraites à une même personne prenant sa retraite à 60, 61, 62, 63, 64 ou 65 ans.
- ce qui n'est pas pris en compte : la somme reçue par cette personne en continuant à travailler au delà de 60 ans jusqu'à son départ à la retraite.
- ce qui est calculé c'est la valeur « in fine », donc à 80 ans de la somme totale reçue. C'est donc le calcul d'une annuité en fonction d'une valeur future.

Le premier versement annuel est donc effectué à la fin de l'année des 60 ans pour une personne partant en retraite au début de ses 60 ans, le dernier versement juste avant son 80$^{\text{ième}}$ anniversaire (espérance de vie…). Cette personne peut très bien continuer à vivre en continuant de recevoir sa retraite et ignorer les moyennes statistiques…

Sans revalorisation on appliquerait directement la formule (calcul de V_0 car valeur future) :

$V_{60}=(1-0,20)\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-20}}{0,025}=0,80\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-20}}{0,025}\approx 12,47a$.

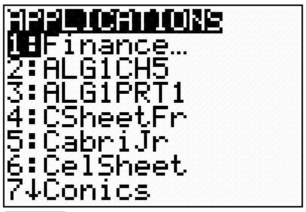
De même pour les autres années (en tenant compte du décalage inflationniste annuel) :

$V_{61}=0,84\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-19}}{0,025}\times(1,025)^{-1}\approx 12,28a$ $V_{62}=0,88\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-18}}{0,025}\times(1,025)^{-2}\approx 12,02a$

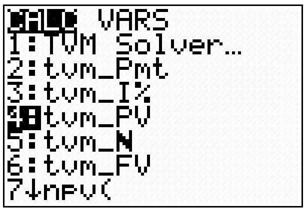
$V_{63}=0,92\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-17}}{0,025}\times(1,025)^{-3}\approx 11,71a$ $V_{64}=0,96\times a\times\dfrac{1-(1,025)^{-16}}{0,025}\times(1,025)^{-4}\approx 11,35a$

$V_{65}=a\times\dfrac{1-(1,025)^{-15}}{0,025}\times(1,025)^{-5}\approx 10,94a$ les valeurs étant décroissantes, il vaut mieux partir à 60 ans.

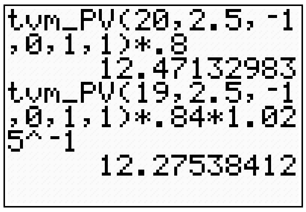
Utilisation de l'application FINANCE :



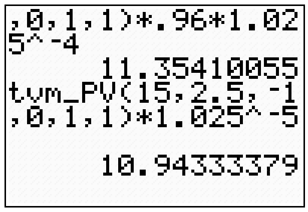
APPS Choisir Finance,



Choix 4,



Remplir.



Jusqu'au dernier résultat.

Les mêmes valeurs sont obtenues, aux arrondis près. La conclusion est identique.

Pour tenir compte de la revalorisation (à titre indicatif, pour la compréhension des calculs financiers) :

Période :	0	1	2	…	n-1	n
Valeur période	0	a_1	a_2	…	a_{n-1}	a_n
Valeur période	0	$a.p^{n-1}$	$a.q.p^{n-2}$	…	$a.q^{n-2}.p^n$	$a.q^{n-1}$

On pose a_1=a. Alors a_2= a_1.q.p (inflation). Où q=1+i (i étant l'intérêt), n le nombre de périodes et p=1+k (revalorisation).

Calcul de V_n : c'est une suite géométrique de raison $\frac{q}{p}$, de premier terme p^{n-1} donc :

$$V_n = a\frac{1-\frac{q^n}{p^n}}{1-\frac{q}{p}} = a\frac{\frac{p^n-q^n}{p^n}}{\frac{p-q}{p}} = a\frac{p^n-q^n}{p^n}\times\frac{p}{p-q} = ap^{n-1}\times\frac{p^n-q^n}{p-q} = ap^{n-1}\times\frac{q^n-p^n}{q-p}$$

Comme $V_n = V_0(1+i)^n$ nous avons : $V_0 = a\times(1+i)^{-n}\times\frac{(1+i)^n-(1+k)^n}{i-k}$.

Formule qu'il ne reste plus qu'à appliquer, en tenant compte des changements d'années :

$V_{60} = 0,80\times a\times 1,025^{-20}\times\frac{(1,025)^{20}-(1,015)^{20}}{1,025-1,015}\approx 14,24a$

$V_{61} = 0,84\times a\times 1,025^{-20}\times\frac{(1,025)^{19}-(1,015)^{19}}{0,01}\approx 13,26a$

…

$V_{65} = a\times 1,025^{-20}\times\frac{(1,025)^{15}-(1,015)^{15}}{0,01}\approx 9,67a$. Les valeurs étant décroissantes, il vaut mieux partir à 60 ans.

Il n'est pas possible d'utiliser l'application finance dans tous les très nombreux cas de calculs financiers. Ici, deux taux d'intérêt se mélangent et vont à contre sens l'un de l'autre. L'application finance n'utilise qu'un seul taux, c'est en général suffisant.

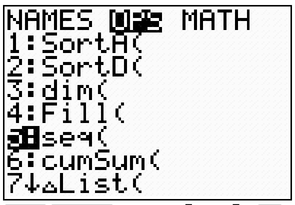
2.1.3 Estimation statistique, croissance humaine :

Quand ma fille Aurélia a eu dix ans, son papa professeur de mathématique qui venait de la mesurer, s'est demandé : est-il possible de prévoir, d'estimer la taille qu'elle devrait avoir pour son 11ième puis son 12ième anniversaire ?

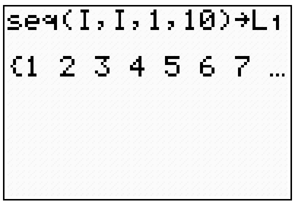
année :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taille (cm)	76	87	96	104	110	117	123	129	134	140

Préparation : utiliser l'application statistique pour rechercher une courbe approchant « au mieux »[2] le nuage de points.
Question : quelle serait alors la taille estimée d'Aurélia pour ses 11 ans, pour ses 12 ans ?

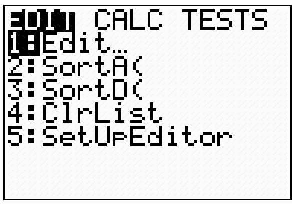
Commencer par entrer les valeurs.
La première série étant périodique régulière, une astuce permet de la remplir rapidement.



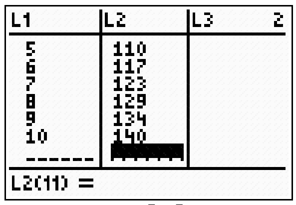
[2nd][STAT] pour [LIST]. [▶]



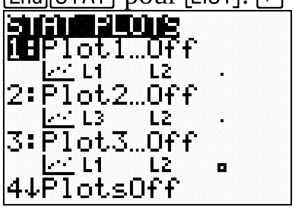
Compléter.

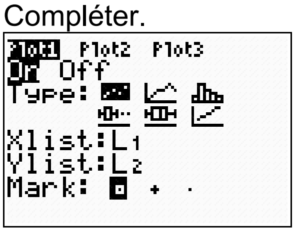


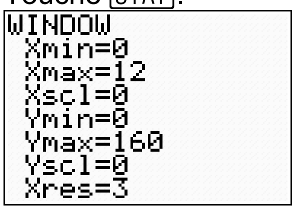
Touche [STAT].

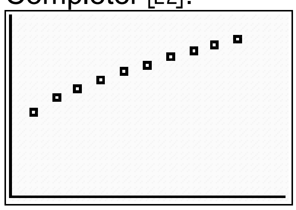


Compléter [L2].





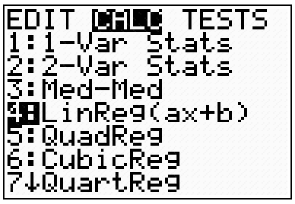




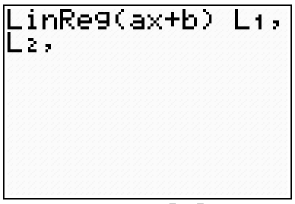
Afficher la série statistique.

[2] Visuellement, ce qui est subjectif. Il serait possible (et plus compliqué !) de calculer, par exemple, la moyenne des écarts de distance entre la courbe et chacun des points.

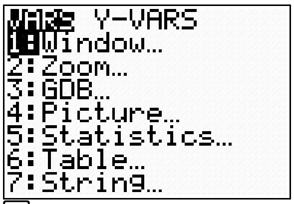
On choisit (on peut explorer tous les modèles) une droite affine $y = ax + b$, une fonction logarithmique, une fonction exponentielle, puis une fonction du 3[ième] degré.



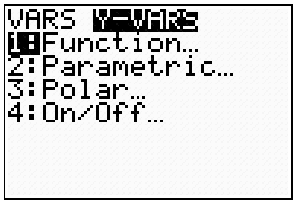
Touche [STAT] puis ▶ et [4].



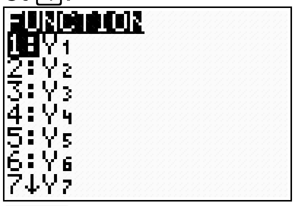
[2nd][1]1 pour [L1] et [2nd][2] pour [L2]. [VARS]



▶

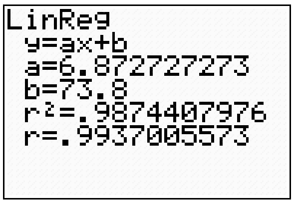


[ENTER].

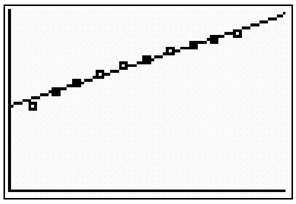


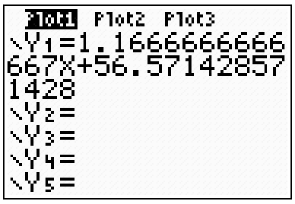
[ENTER].

[ENTER].

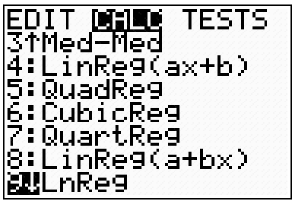


Le résultat avec un bon coefficient de corrélation[3].

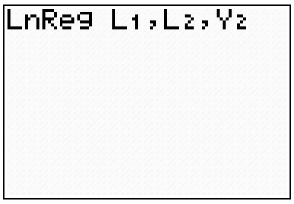

La droite passe par quelques points.

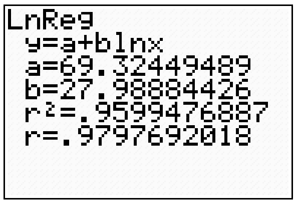


Désélectionner Y_1.

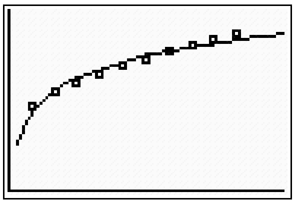


Recommencer avec ln.

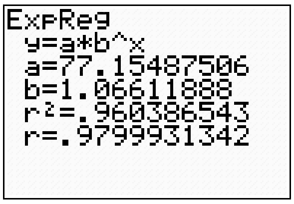




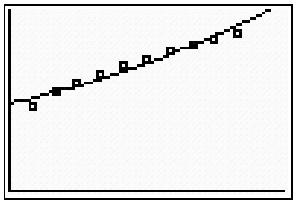
Le coefficient est très bon.

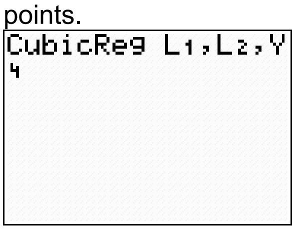

Pourtant, la courbe passe par peu de points.

Recommencer pour exp en Y_3.

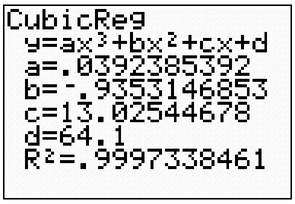


Le coefficient est très bon.

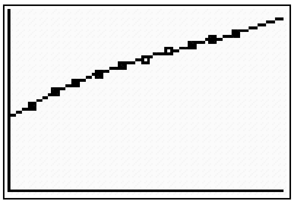

Encore peu de points sur la courbe.

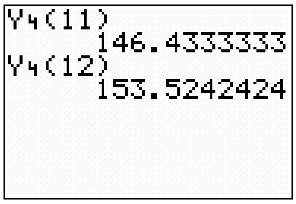


Régression cubique.



Très bon coefficient.


Seuls 2 points ne sont pas touchés. C'est la « meilleure courbe ».



Estimations avec cette fonction.

On peut remarquer que l'approximation obtenue est bonne, les valeurs réellement mesurées étant 147 cm et 154 cm. On peut essayer avec les autres fonctions.

2.1.4 Transhumance et logistique :

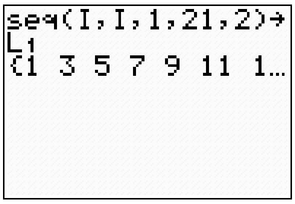
Des vaches passent l'hiver en plaine et l'été en montagne. Tous les matins elles quittent leur étable et chaque soir elles retournent pour la traite et recevoir quelques compléments alimentaires qu'elles apprécient. Quatre vaches « meneuses » du troupeau sont munies

[3] Si le coefficient de corrélation n'est pas affiché, dans CATALOG choisir DiagnosticOn.

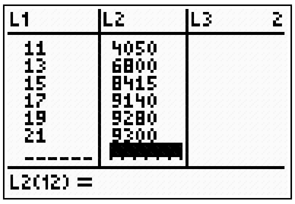
d’une cloche (et d’un GPS pour déterminer leur position). Les autres vaches ont l’habitude de suivre par groupe les meneuses. On calcule la moyenne d’éloignement maximal entre l’étable et les quatre groupes de vaches tous les jours. Le tableau suivant donne cet éloignement tous les deux jours. On peut constater que passé une certaine distance, l’éloignement maximal reste constant (ce qui leur permet de rentrer pour la traite et les gourmandises !). Utiliser l’application statistique pour rechercher une courbe approchant « au mieux » le nuage de points.

Jour :	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
Distance (m)	140	270	520	1120	2015	4050	6800	8415	9140	9280	9300

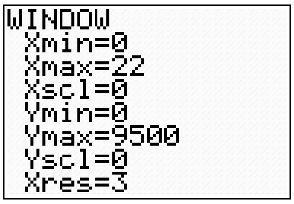
Commencer par entrer les données dans l’éditeur de statistiques. Comme dans l’exercice 3, la première série est périodique régulière.



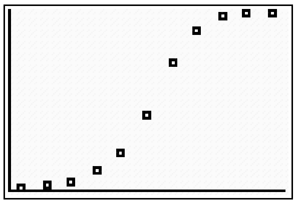
Entrée des données L1.



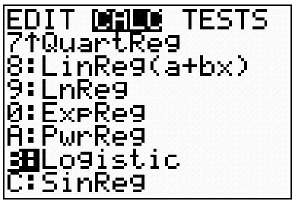
Compléter L2.



Fenêtre d’affichage.

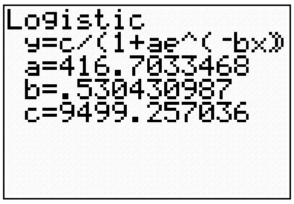

Résultat.

On peut essayer les différentes courbes proposées dans l’application statistique.
L’allure de la courbe comprend deux parties, la première en progression de plus en plus forte, puis la seconde où le phénomène ralentit jusqu’à stagner. Dans ce cas, utiliser la fonction logistique.

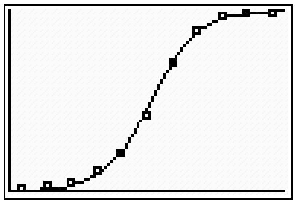


Touche STAT puis ▶ et B.

Compléter.



La fonction.


Son tracé.

Souvent les phénomènes de croissance (chimie, économie, croissance des animaux ou des plantes…) peuvent s’approcher par une fonction de type logistique.

2.2 Des fonctions issues de l'expérimentation.

GROUPE CIBLE : élèves de lycée.

OBJECTIFS : croissance limitée, phénomènes physiques, applications de la mécanique, conservation de l'énergie, fonctions d'une variable réelle.

PRE REQUIS MATHEMATIQUE : fonctions linéaires, par morceaux, quadratiques, phénomènes exponentiels, processus de croissance et d'affaiblissement, utilisation de tableaux et de graphiques, transformations géométriques, fonctions trigonométriques.

PRE REQUIS CALCULATRICE : lancer une application, utiliser l'éditeur graphique, savoir employer les touches de fonction.

L'application Vernier EasyData™ collecte des données sur TI-83 plus TI-84 plus (Silver Edition). EasyData se connecte à une série de sondes et de systèmes de collecte de données (comme les CBR 2™, CBL 2™, Vernier EasyTemp™,…) et est facile à utiliser.

Sur TI-83 plus, employer le port d'entrée-sortie de la calculatrice. On peut relier le CBR ou CBR 2 directement ; pour d'autres sondes le CBL 2 est nécessaire.

Le port USB des TI-84 plus permet plus simplement le raccordement, par exemple, on peut relier la sonde de température d'EasyTemp directement au port USB de la calculatrice. Pour d'autres sondes utiliser EasyLink™ comme adaptateur.
Quand l'application EasyData est installée, l'application démarre automatiquement et permet de rassembler des données, de les analyser et les traiter avec la calculatrice. `

Les cinq exemples suivants sont extraits d'une expérimentation dans la classe et illustrent le potentiel didactique de la combinaison d'une simple collecte de données et de son traitement à l'aide de la calculatrice. On montre comment :

- des concepts physiques sont examinés par la visualisation et l'interprétation des données,
- des modèles mathématiques sont développés pour décrire des expériences physiques.

L'utilisateur apprend à paramétrer EasyData et à expérimenter, en modelant, analysant et en visualisant les données. L'exemple illustre comment la situation de la classe peut être modifiée avec ces nouvelles technologies. Cette technologie peut également être employée pour des mesures à l'extérieur de la classe, car léger, facile à transporter et pouvant s'employer partout.

Les élèves ont un meilleur rapport avec des données qu'ils mesurent qu'avec celles présentées dans un manuel. Cela peut mener à la situation, où tous les étudiants veulent participer à la collecte des données, ce qui améliore leur compréhension du cours.
Il est possible de transférer les données entre calculatrices, ce qui permet un travail de tous les élèves sur le sujet. Il est aussi possible au professeur de projeter et analyser les données en direct en utilisant un rétroprojecteur et la tablette de retro projection.

Comparé aux instruments traditionnels utilisés dans la salle de classe, par exemple thermomètre ou chronomètre, davantage de données plus précises peuvent être collectées. La forme des courbes correspondantes est plus facilement et plus rapidement déterminée. Les élèves ont besoin de moins de temps pour la collecte des données et en ont davantage pour l'analyse, la recherche et l'interprétation des données.

Les élèves peuvent étudier la variation et l'effet de mesures répétées ce qui est un avantage important. Les élèves peuvent analyser les données algébriquement et graphiquement et les associer à des fonctions mathématiques. Enfin ils peuvent employer les données pour trouver les meilleures fonctions convenables et pour découvrir la signification physique de différents coefficients et paramètres.

2.2.1 Rebonds de ballon :

a. Introduction

La hauteur d'un rebond est mesurée par intervalles avec un détecteur de distance (CBR 2) relié à la calculatrice (TI-84 plus). Les données collectées seront analysées. Le mouvement mesuré de la balle est décrit en fonction du temps, on en déduit la loi de pesanteur. On pourra remarquer que de l'énergie est perdue lors du rebond.

Dans la salle de classe on peut poser les questions suivantes :

- Quelle est la plus grande vitesse du ballon, à quel moment est-elle atteinte ?
- Quelle est l'accélération pendant la chute ?
- Quelle fonction décrit la distance du ballon (hauteur ballon capteur) ?
- Y a-t-il un modèle pour décrire la hauteur du ballon en fonction du temps ?
- Comment la hauteur totale du rebond peut-elle être déterminée ?
- Quels processus déterminent le « rebond » du ballon à partir du sol ?
- Comment la hauteur de rebond diminue-t-elle d'un rebond sur l'autre ?

b. Concepts didactiques et conseils méthodologiques

Le ballon est un objet en chute libre, le frottement de l'air est négligé. Seule la pesanteur permet le mouvement du ballon. On trouve que l'accélération est approximativement constante. Les graphiques de temps-distance sont des fonctions paraboliques, qui peuvent être décrites par l'équation quadratique $y = a(x-b)^2 + c$ où le point le plus élevé est décrit par les coordonnées (b, c) avec c hauteur maximale et b temps correspondant. Le paramètre a représente mathématiquement la forme de la parabole et dépend physiquement du degré d'accélération provoqué par la pesanteur, qui est constante pendant l'expérience.

Les courbes obtenues pour les graphiques de temps-distance des différents rebonds sont d'abord ajustées manuellement en déterminant les paramètres b et c et en changeant le paramètre a.

Après le choix d'un rebond individuel par [2nd][STAT] pour [LIST], flèche [▶] pour le menu [OPS] touche [8] pour [Select(] et le choix d'une régression quadratique, la fonction décrivant le mouvement de la balle est obtenue par l'analyse de la régression. On peut utiliser l'application « Transformation Graphing » pour rechercher les paramètres et l'ajustement de la courbe.

La hauteur maximale diminue exponentiellement d'un rebond au suivant pour chaque balle et sa hauteur initiale. Pour $y = hp^x$, y est la hauteur courante, h est la hauteur initiale, p est une constante selon les propriétés de la balle et le sol, x est le numéro du rebond.

Pour $x = 0$ on a $y = h$ (la hauteur initiale de la balle, hauteur du lâché). Les coefficients de l'équation décrivant la fonction exponentielle sont déterminés à partir des données collectées. L'expérience peut être répétée avec différentes balles, hauteurs et types de sols.

Dans le diagramme de temps-vitesse toute la distance pour un certain intervalle de temps est représentée par l'aire sous la courbe.

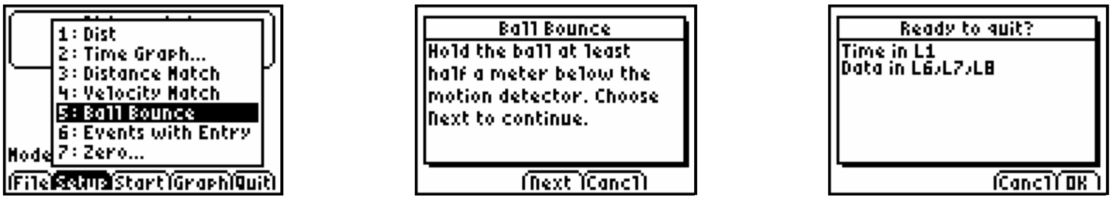
c. Exécution de l'expérience

Pour l'expérience on emploie un ballon gonflable d'environ 25 cm de diamètre et 80 g.

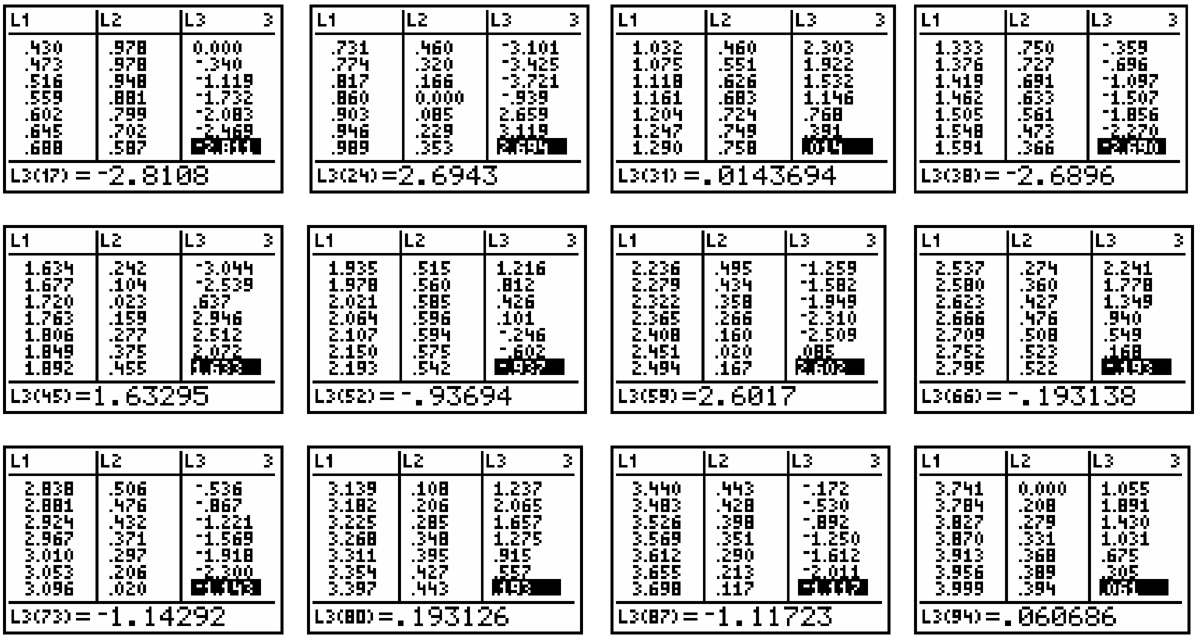
Le CBR 2 est tenu à environ 160 cm au-dessus du sol. Le ballon est placé approximativement 50 centimètres au-dessous du CBR 2.

Les élèves créent un relevé hauteur-temps-trace pour un rebond du ballon et expliquent mathématiquement la différence de hauteur avec le rebond suivant.

Le départ du recueil des données se fait depuis l'écran principal de l'application EasyData avec le CBR 2 en employant le menu `Ball Bounce`. Les données sont directement transformées en distances sol-ballon. Elles sont stockées dans les listes L1 et L6 à L8. L'affichage des données ne sera effectif qu'après avoir stoppé EasyData.

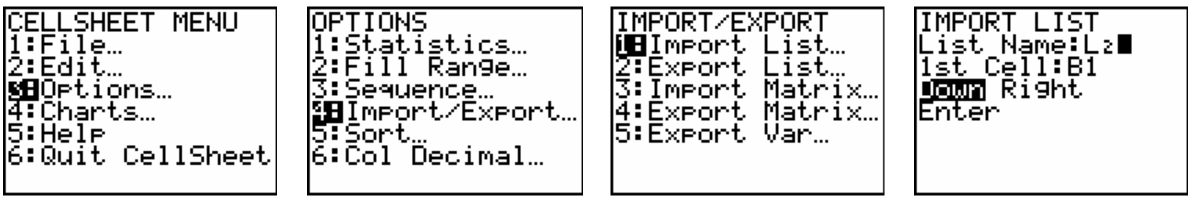


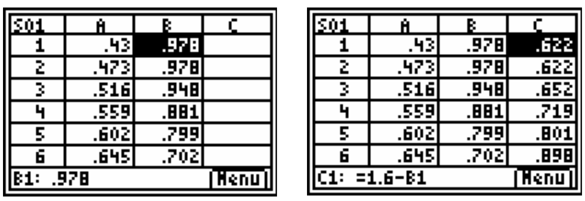
Ce qui suit sont des données d'une expérience. On emploie ces données pour illustrer comment l'application Transforming Graphing peut être employé. Dans l'exemple le ballon a été lâché à 0.473 s. Seules les données jusqu'à 4 s sont employées. La distance (L6) est placée dans la liste L2 et la vitesse (L7) dans L3.



On peut aussi manipuler ces données avec CellSheet™. Dans l'exemple suivant les listes L_1 et L_2 sont importées dans les colonnes A et B de CellSheet.

Le CBR 2 était à une hauteur de 1,60 m. Dans la colonne C est calculée la distance du ballon à la sonde du CBR 2.





La formule C1:=1.6 - B1 est copiée à la colonne C2:C84 (voir 3.4).

Dans la colonne D le calcul de la vitesse du ballon en utilisant la formule

D2 := (B2-B1)/(A2-A1)

S01	B	C	D
1	.978	.622	0
2	.978	.622	0
3	.948	.652	⁻.6977
4	.881	.719	⁻1.558
5	.799	.801	⁻1.907
6	.702	.898	⁻2.256
D3: =(B3-B2)/(A3-A2)			

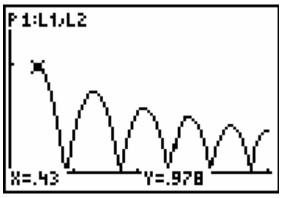
S01	C	D	E
1	.622	0	0
2	.622	0	⁻.34
3	.652	⁻.6977	⁻1.119
4	.719	⁻1.558	⁻1.732
5	.801	⁻1.907	⁻2.083
6	.898	⁻2.256	⁻2.469
C1: =1.6-B1			Menu

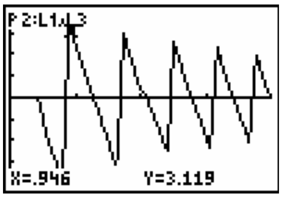
En colonne E les données de vitesse calculées par le CBR 2.
Comparant les colonnes D et E les élèves se rendent compte que le CBR 2 emploie un algorithme légèrement différent pour le calcul de la vitesse.

d. Recherche du modèle mathématique

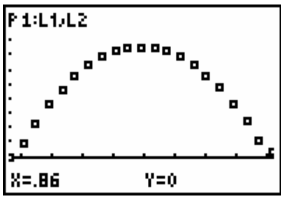
En regardant la courbe temps-distance du ballon, on observe la chute jusqu'au rebond du ballon sur le sol. Il remonte, ralenti par la gravitation jusqu'à ce qu'il tombe à nouveau. Ce mouvement correspond à des lancers verticaux répétés. Par conséquent les deux phases du mouvement, i.e. vers le haut ou vers le bas, peuvent être décrites par des fonctions quadratiques. Pour cela, les données pour un rebond complet doivent être choisies parmi tout l'ensemble des données. À partir de cette section du graphique (un rebond) les paramètres pour le mouvement du ballon peuvent être obtenus.

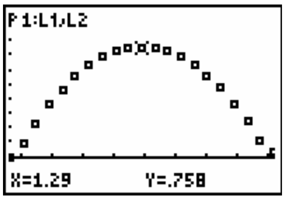
Les valeurs pour la hauteur et la vitesse en fonction du temps peuvent se considérer sous plusieurs points de vue.
Ci-contre, distance et vitesse en fonction du temps.

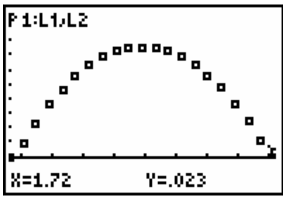




On peut aussi afficher une courbe temps-distance ou temps-vitesse. En mode [TRACE] parcourir le graphique et dialoguer avec la classe sur la recherche du mouvement du ballon. Ci-dessous des écrans montrant un relevé de points (mode trace) à différents moments de la courbe temps-distance pour le premier rebond complet.

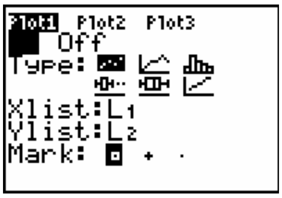


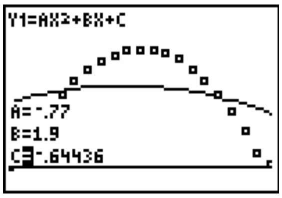


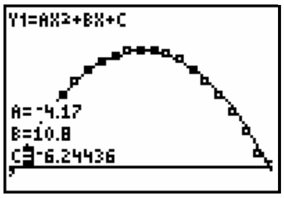


La courbe ressemble à une parabole. Avec Transformation Graphing on peut chercher les valeurs des paramètres *a*, *b* et *c* dans la formule $y = a(x-b)^2 + c$. De cette formule nous connaissons la valeur du maximum et le temps correspondant. Par conséquent *b* et *c* sont connus par simple lecture du graphique et stockés dans la calculatrice. Entrer la fonction dans l'éditeur de fonctions [Y=]. On affiche aussi le diagramme statistique [L1], [L2]. Avec les touches [◄][►] la valeur de *a* peut être ajustée.

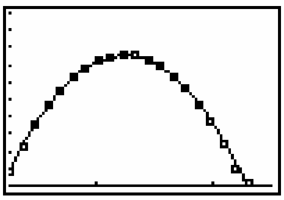
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=AX²+BX+C
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```



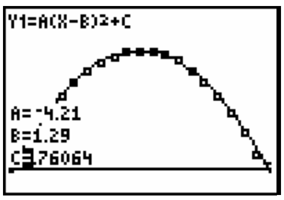




Une autre façon de déterminer les paramètres est de faire une régression sur les listes [L1], [L2].



```
QuadReg
 y=ax²+bx+c
 a=-4.212
 b=10.893
 c=-6.290
```

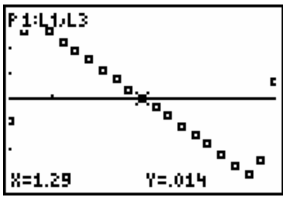


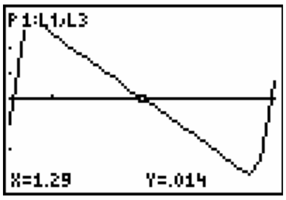
On peut employer à nouveau Transformation Graphing pour trouver les valeurs *a*, *b* et *c* des paramètres de $y = ax^2 + bx + c$ plus facilement qu'avec $y = a(x-b)^2 + c$, car on peut lire *b* et *c* sur le graphique.

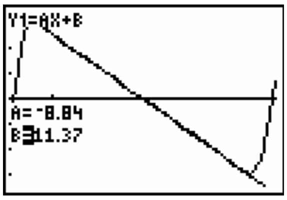
e. Exploration de la courbe de vitesse :

Les données de la vitesse sont stockées dans la liste [L3]. Représenter graphiquement la vitesse en fonction du temps ([L1]), donne une ligne droite. Les graphiques ci-dessous montrent la courbe vitesse-temps dans l'intervalle de $x = 0.86$ à $x = 1.72$.

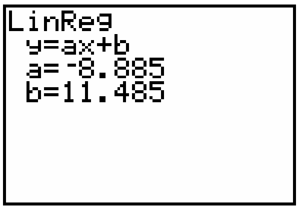
Avec Transformation Graphing on peut rechercher des valeurs des paramètres *a* et *b* dans la formule $y = ax + b$. Entrer la fonction dans l'éditeur de fonctions [Y=].
On affiche aussi un diagramme statistique [L1], [L3]. Avec les touches ◄► la valeur de *a* peut être ajustée.

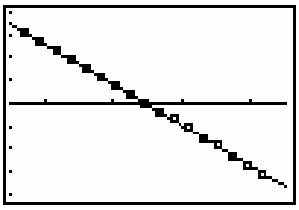






Sur l'intervalle de temps de $x = 0.86$ à $x = 1.72$ on obtient par régression la fonction linéaire montrée dans la fenêtre ci-dessous.





De cette façon on obtient une valeur approchée de l'accélération de la pesanteur à 8,89 m/s^2. Valeur assez proche de 9,81 m/s^2.

On remarque que la vitesse v est de 0 m/s au début, diminuant à – 3,7 m/s juste avant de toucher le sol. Puis v remonte rapidement jusqu'à 0 et progresse jusqu'à 3,1 qui en comparant les valeurs absolues, est inférieur à v juste avant le rebond. Avec chaque nouveau rebond de l'énergie est perdue et ce jusqu'à l'arrêt du ballon.

f. Quelques questions supplémentaires :

- Pourquoi l'accélération expérimentalement obtenue (calculée par le CBR 2) est-elle sensiblement plus petite que g ?
- Est-ce que le frottement de l'air peut être la cause de la réduction de l'accélération ?
- Quelle force additionnelle fonctionne contre la pesanteur quand le ballon tombe ?
- Quelle relation relie énergie potentielle et énergie cinétique ?
- Que peut-on dire de l'énergie totale ?

En interprétant la courbe temps-distance, les élèves identifieront le concept physique du mouvement uniformément accéléré, la transformation inévitable de l'énergie cinétique en énergie de frottement et également les correspondances mathématiques des différentes courbes et des fonctions qui y sont associées. Chaque rebond individuel est décrit par une parabole convexe ; ses paramètres sont déterminés par l'expérience et sont interprétés physiquement. Les élèves établissent les modèles mathématiques.

2.2.2 La loi de Boyle pour la pression des gaz :

a. **Introduction**

Quand un gaz est comprimé, son volume et sa pression changent. À mesure que la force exercée sur le gaz augmente, la pression augmente tandis que son volume diminue. On dit que ces deux quantités changent de façon inversement proportionnelle. On remarque que si les deux quantités changent, leur produit reste identique.

Si on suppose que *x* et *y* représentent les quantités qui sont inversement reliées, alors $xy = c$, avec *c* une constante positive.

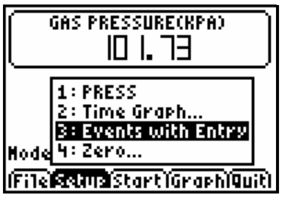
Dans cette expérience les élèves conjecturent que la pression et le volume changent inversement et recherchent une formule (fonction) qui corresponde à l'expérience. On étudiera certaines questions comme par exemple :

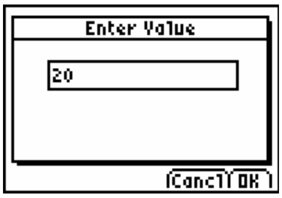
- Le volume peut-il atteindre 0 cc ?
- Pourquoi ou pourquoi pas ?
- Quelle serait la pression correspondante ?

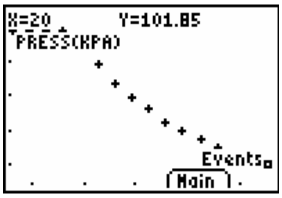
Avec l'adaptateur EasyLink il est très facile de relier directement des sondes au TI-84 plus et de faire de l'expérimentation. Par exemple avec la sonde de pression de gaz on peut étudier le rapport entre le volume et la pression d'une quantité d'air dans une seringue. La plage de mesure pour la sonde de pression est de 0 à 210 kPa.

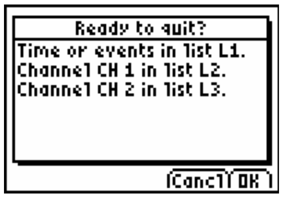
b. Exécution et analyse des expériences :

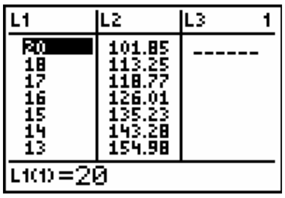
Un volume de 20 ml est relié à la sonde. Aucune pression n'est exercée sur l'air.

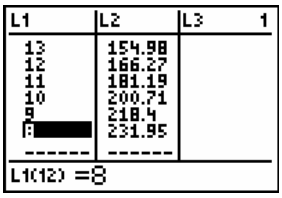


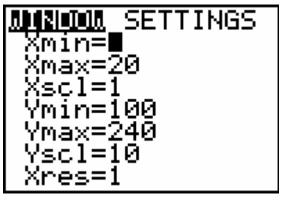


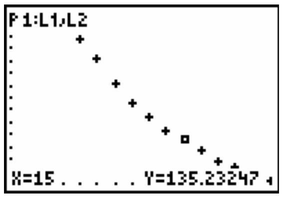






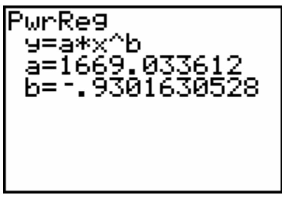


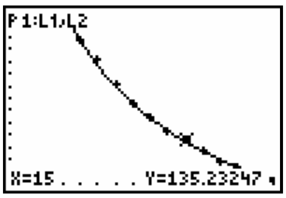


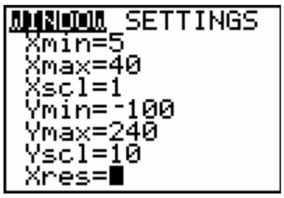


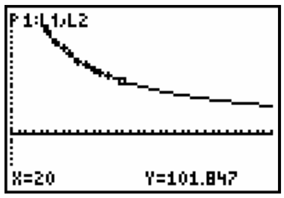
Les valeurs de départ sont 20 cc pour le volume et 101,73 kPa de pression. La seringue est pressée. Pour chacun des volumes suivants, la pression est mesurée et stockée : 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8.

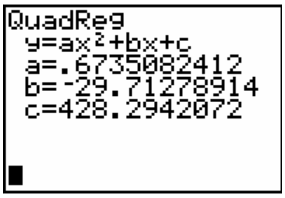
On recherche une relation entre le volume et la pression. L'allure de la courbe permet plusieurs possibilités : une fonction quadratique (parabole), une fonction exponentielle, une fonction puissance ou une fonction hyperbolique (i.e. une fonction puissance d'exposant - 1). Par régression on peut rechercher la « meilleure fonction ». Ci-dessous les résultats pour les régressions de puissance, quadratique et exponentielle avec leurs courbes correspondantes.

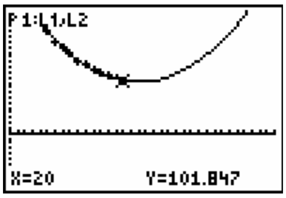




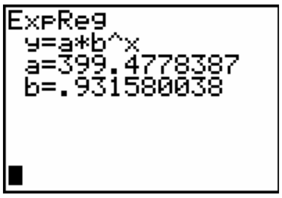


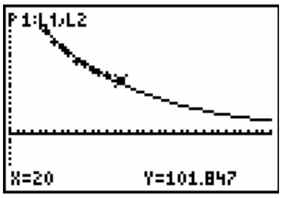






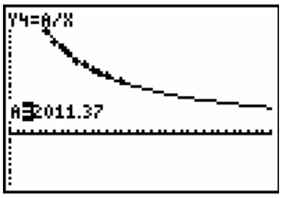
La régression quadratique constitue un bon ajustement des données collectées. Mais que se produit-il si le volume est encore augmenté ? Les élèves devront étudier différents scénarios et décider ce qu'est un bon modèle.

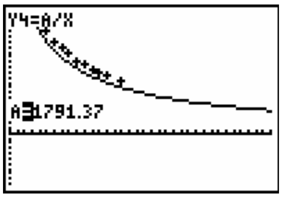


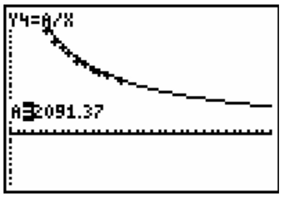


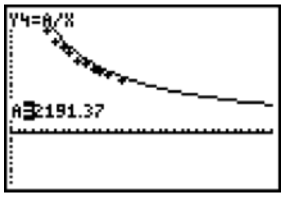
La régression exponentielle semble aussi un bon ajustement des données collectées. Les élèves ont-ils trouvé « le » bon modèle ? Quelle différence entre la fonction puissance montrée ci-dessus et la fonction exponentielle montrée ci-contre à gauche ?

Au 17ème siècle Boyle a découvert que la relation entre la pression du gaz p , et le volume V , est $pV = \text{Constante}$. A partir des mesures on peut conclure que la constante de l'exemple est environ 2000 (pour 20 ml la pression était d'environ 102 kPa).
Avec Transformation Graphing on explore facilement les effets de différentes valeurs de la constante sur le graphique et conclure que 2011 est une bonne valeur d'ajustement. Voir les copies d'écran ci-dessous.









2.2.3 La loi de newton du refroidissement :

a. Introduction

Les élèves savent de la vie quotidienne que l'eau chaude se refroidit à température ambiante après un certain temps. Quelle loi physique suit le processus de refroidissement, quelle fonction mathématique le décrit ? La température diminue-t-elle avec un taux constant (schéma 1) ou la diminution est-elle plus rapide au début et plus lente vers la fin du refroidissement (schéma 2) ? Ou est-elle lente au départ et rapide pour finir (schéma 3) ?

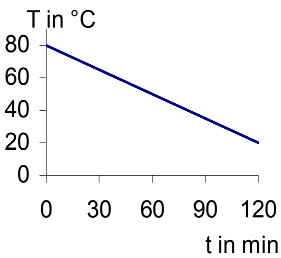


Figure 1

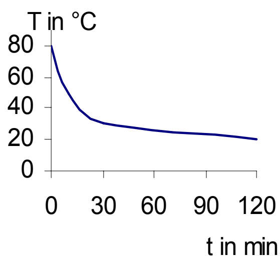


Figure 2

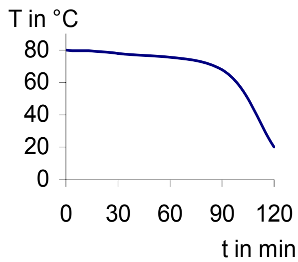
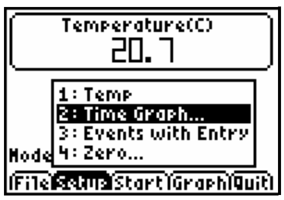


Figure 3

Dans cette expérience les élèves examinent le refroidissement de l'eau chaude avec pour but de créer un modèle qui décrit le processus.
Ils pourront chercher à déterminer le temps mis pour refroidir l'eau chaude à la température ambiante de 20.7°C (figure ci-contre).

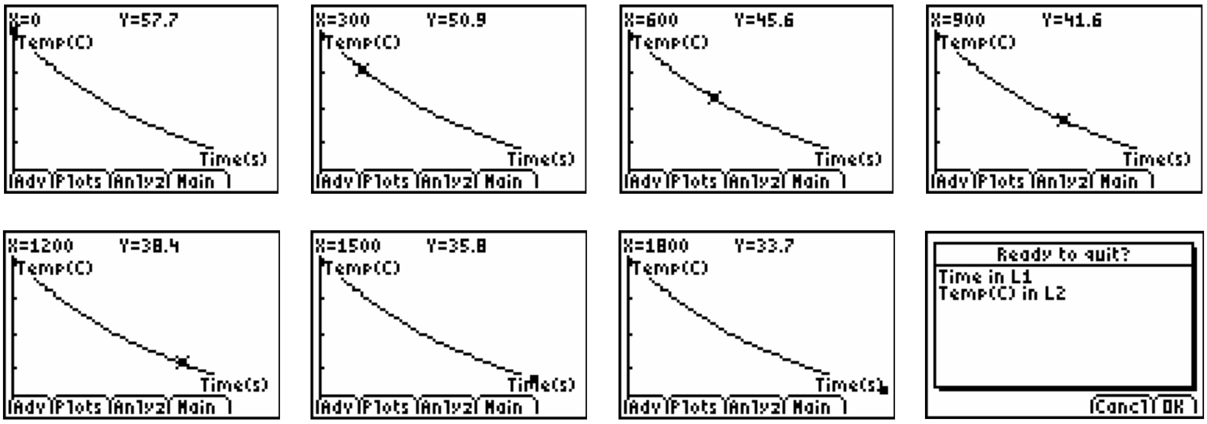


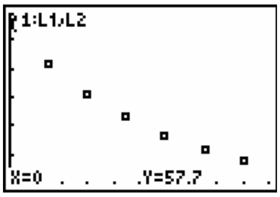
Isaac Newton a identifié la loi de refroidissement en supposant que le taux auquel l'énergie thermique est déplacée d'un corps à l'autre est proportionnelle (k constant) à la différence de température entre les deux corps, T_{diff}. Cette hypothèse lui a permis de trouver que la variation de température est exponentielle : $T_{\text{diff}} = T_0 e^{-kt}$, où T_0 est la température initiale.

b. Expérimentation :

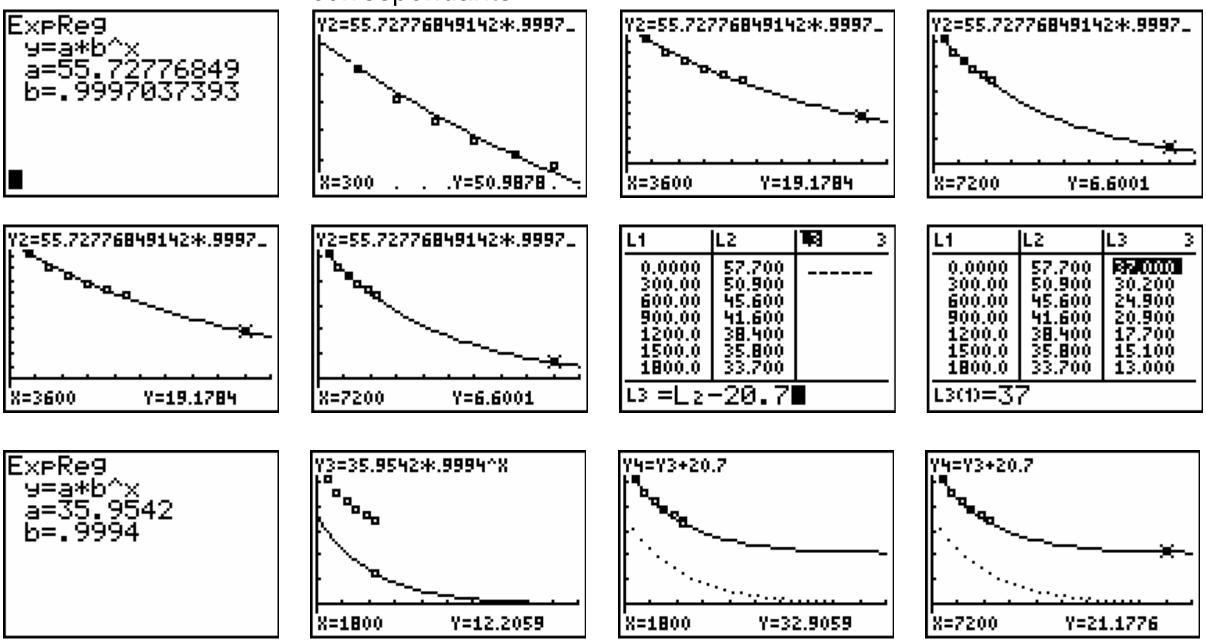
Pour cette expérience nous employons une petite quantité d'eau chaude à une température d'environ 40°C au-dessus de température ambiante. EasyTemp peut être relié directement au port USB de la TI84 plus. Quand EasyData est installé, il démarre automatiquement. Les élèves peuvent collecter et analyser les données avec leur TI-84 plus.

Représentation graphique avec EasyData :

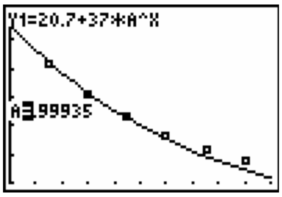


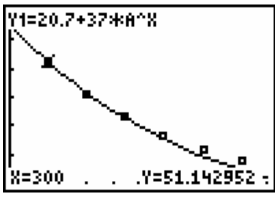


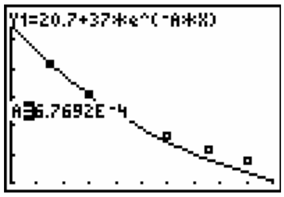
Recherche de la loi temps-température :
On essaye de modéliser avec : une fonction quadratique (parabole), une fonction exponentielle, une fonction puissance ou une fonction hyperbolique (une fonction puissance d'exposant - 1).
Ci-dessous régression exponentielle avec ses graphiques correspondants.



Avec Transformation Graphing :







c. Quelques questions que l'on peut poser à la classe :

- La courbe décrit la baisse de température avec le temps. Analysez la courbe décrivez avec vos propres mots comment la température diminue. Quelles courbes décrivent le mieux les résultats ?
- Les données de l'expérience sont stockées dans les listes [L1] et [L2]. [L1] est le temps en secondes et le [L2] les températures de l'eau correspondantes. Tracez ces points dans un repère !
- Déterminer une fonction de régression qui ajuste la courbe.
- Employer les fonctions de régression de la calculatrice pour trouver le meilleur ajustement et tracer les courbes de régression ainsi que les données enregistrées.
- Refroidir une solution à la température T est décrit par la loi de Newton :
  $T = T_R + T_0 e^{-kt}$ ou $T = T_R + T_0 \cdot a^t$ (temps t en minutes).
  La température de T *au* temps t
  La température de base de T_R (température ambiante)
  T_0 différence de température entre le liquide et la température ambiante à t = 0
  a une constante, selon les propriétés du fluide

Essayer d'adapter la fonction de la température ci-dessus à la courbe réellement mesurée en ajustant les paramètres k et a. Quel est le rapport entre a et k ?

- Faire une liste [L3] avec les différences de la température de la température mesurée avec la température ambiante. Faire une régression exponentielle. Employer la fonction obtenue et déterminer les valeurs pour T_0 et *a* ! Employer la température ambiante T_R pour trouver une fonction exponentielle décrivant la courbe décroissante de la température.
- Tracer la courbe de la fonction obtenue ainsi que la courbe des données mesurées (coordonnées d'utilisation). Cette nouvelle fonction exponentielle est-elle une bonne approximation ?
- A partir de l'approximation trouvée, combien de temps faut-il pour que l'eau refroidisse à la température ambiante ?
- <u>Un petit projet de recherche</u> :

Un buveur de café est confronté au dilemme suivant. Il ne va pas boire de son café avec de la crème pendant dix minutes, mais veut qu'il soit toujours aussi chaud que possible. Est-ce qu'il vaut mieux ajouter immédiatement la crème à la température ambiante, remuer le café et le laisser reposer pendant dix minutes, ou est-ce mieux de laisser le café pendant dix minutes, puis d'ajouter la crème et remuer ? Utiliser EasyTemp et une calculatrice pour examiner ce problème. Qu'est-ce qui change, si le buveur de café veut également ajouter du sucre ?

2.2.4 Le pendule :

a. Introduction

Si un pendule (un objet sur une corde) est tiré et lâché, il balancera un certain temps avec un mouvement de va-et-vient régulier. Il finira par s'arrêter. Sur une courte période de temps le pendule décrit un mouvement harmonique simple. Ce mouvement peut être modélisé par une fonction périodique.

Les élèves recueillent des données du mouvement d'un pendule. La modélisation laisse apparaître une fonction périodique pour décrire le mouvement.
Trois paramètres que les élèves pourraient changer dans le pendule qui affecteraient le temps d'un cycle complet (période) :

- l'amplitude de l'oscillation du pendule,
- la longueur du pendule,
- la masse du pendule.

L'expérience doit être préparée, pour ensuite faire varier la période en fonction de l'amplitude, de la longueur et de la masse.

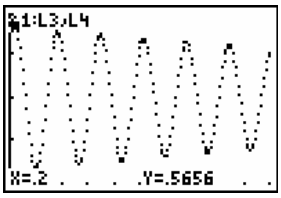
La force rappelant le pendule vers sa position d'équilibre est donnée par $F = mg\sin\varphi$.

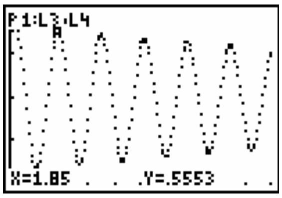
Pour de petits angles $F = mg\dfrac{y}{l}$, où *y* est la distance du point de départ à la position d'équilibre et *l* est la longueur de la corde.

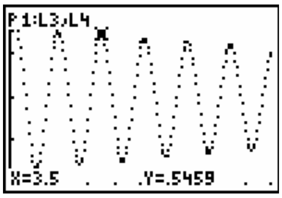
b. Réalisation de l'expérience :

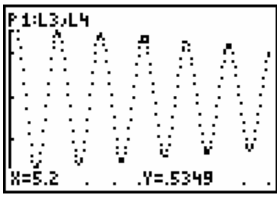
Pour cette expérience on utilise un détecteur de mouvement (CBR 2) pour tracer la courbe de temps pour un pendule simple. Les élèves emploient leurs données pour trouver une formule qui décrit la position en fonction du temps.

Une masse est attachée à une corde. En essayant différents matériaux et différentes longueurs, les élèves exploreront si la période du pendule dépend de la masse et/ou de la longueur de la corde ou de l'amplitude. La masse est écartée d'environ 10° de la verticale puis libérée.
La masse du pendule se déplace dans l'axe de visée du CBR2.
La courbe semble être un sinus ou un cosinus.



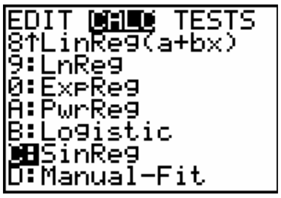


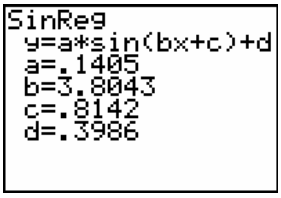


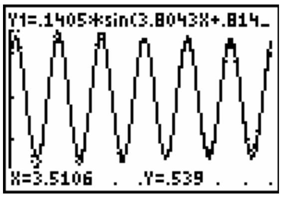


c. Observation des résultats :

Pour trouver la période du pendule les élèves doivent enregistrer le temps (valeur *x*) pour un cycle complet (dans l'exemple T = 1,65 s).
Les écrans ci-après montrent le résultat obtenu avec une régression en sinus.

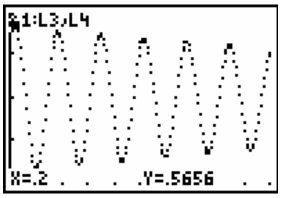


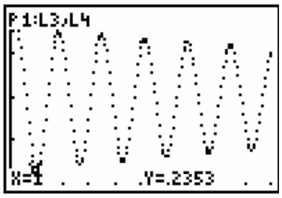




La position du pendule correspond à $y = a\sin(bx + c) + d$. Dans cette formule *y* est la distance horizontale à la position d'équilibre, *a* est l'amplitude du mouvement, *b* dépend de la fréquence de l'oscillation ($b = \frac{2\pi}{T} \approx 3.81$), *x* est le temps et *c* est une constante de phase. La moyenne entre les valeurs maximum et minimum est le décalage vertical d.

La distance du maximum au minimum est le double de l'amplitude. Elle se calcule facilement.

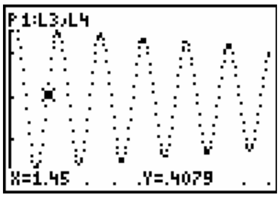




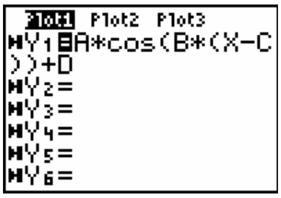
La formule $y = a\sin(bx + c) + d$ employée par régression sur la calculatrice est peut être plus difficile pour les élèves que la forme $y = a\sin(b(x - c)) + d$ ou $y = a\cos(b(x - c)) + d$.

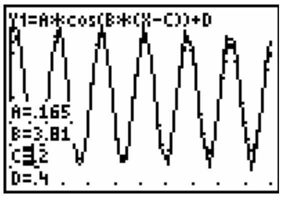
Dans cette activité on emploie la courbe de sinus $y = a\sin(bx + c) + d$ créée par régression. Les graphiques de sinus et de cosinus diffèrent seulement par un décalage horizontal.

Le déphasage sera la valeur de *x* du point à mi-chemin entre le minimum et le prochain maximum. La valeur de y correspondra au décalage vertical. Par conséquent les élèves peuvent partir du point où la valeur y est pratiquement la plus grande valeur de d et enregistrer la valeur de *x* comme *e*. Ils obtiennent *c* par l'évaluation $c = -(be - 2\pi)$.



Avec Transformation Graphing on peut rechercher des valeurs des paramètres A, B, C et D dans la formule $y = A\cos(B(x - C)) + D$. Pour la recherche entrer la fonction dans l'éditeur de fonctions [Y=]. Avec les touches [◄][►] les valeurs de A, B, C et D peuvent être ajustées pour trouver une courbe qui ajuste le graphique des données.





A est l'amplitude. C'est la distance du maximum au minimum, soit deux fois l'amplitude.

A = (0.5656 -0.2353)/2 ≈ 0.165

Le décalage vertical D est la moyenne entre le maximum et les valeurs minimum.

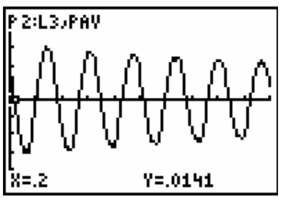
D = (0.5656 + 0.2353)/2 ≈ 0.400

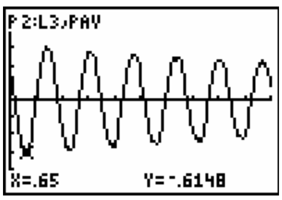
La différence de temps entre les deux premières valeurs maximum est la période T. Alors,

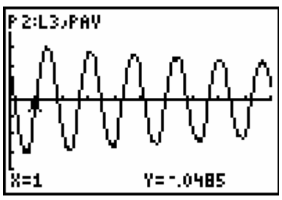
$$B = \frac{2 \cdot \pi}{T} \approx 3.81.$$

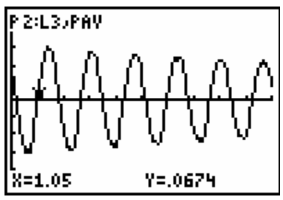
Le déphasage C pour une fonction cosinus est le temps où le premier maximum se produit.

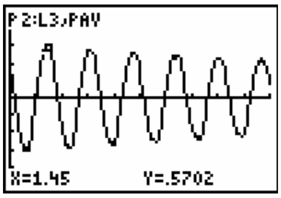
d. Modéliser la vitesse du pendule :

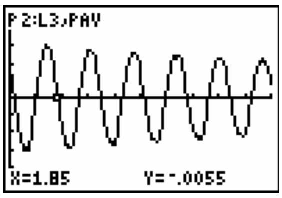


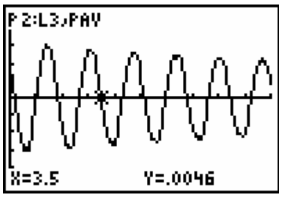


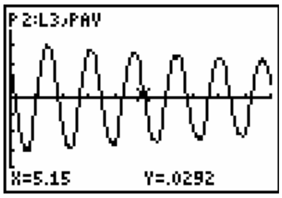




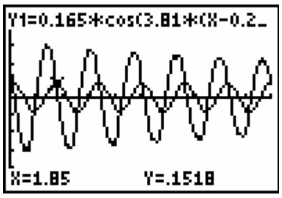


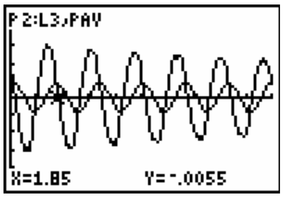




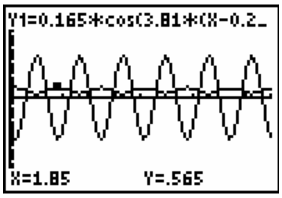


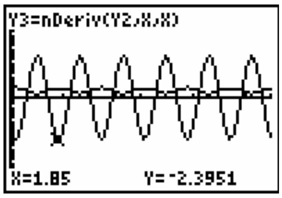
Quand la distance est à un maximum, la vitesse est nulle, car la masse s'arrête pour changer de sens de parcours. Le maximum de la vitesse est obtenu pour son passage par la position d'équilibre.





Quand la distance est maximale, l'accélération est minimale. L'accélération est nulle quand la masse traverse la position d'équilibre.





e. Prolongements et questions que l'on peut poser à la classe :

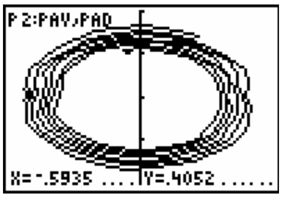
Quand les élèves ont une fonction de la distance par rapport au temps du mouvement du pendule, ils peuvent en prendre la dérivée. Ce qui représente la vitesse du pendule en fonction du temps t. La dérivée de la vitesse étant l'accélération.

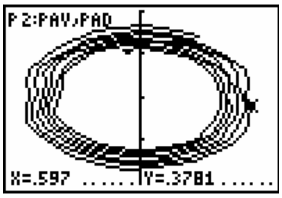
- Peut-on comparer les courbes et fonctions vitesse-temps et distance-temps ?
- A quel moment la vitesse est-elle nulle ?
- Quand la vitesse est-elle maximale ?
- Décrire la position et la vitesse quand l'accélération est maximale. Faire de même quand l'accélération est nulle.
- Donner une description générale de la position du pendule, de sa vitesse et de son accélération quand la masse du pendule croise la position de repos, puis quand elle est au plus loin du détecteur.
- Déterminer comment la période dépend de l'amplitude. Mesurer la période pour cinq amplitudes différentes.
- Étudier l'effet des variations de la longueur du pendule sur la période.
- Déterminer si la période est affectée par un changement de masse. La période semble-t-elle dépendre de la longueur du pendule ? Les données sont-elles suffisantes pour répondre avec certitude à la question précédente ?
- Pour examiner plus soigneusement comment la période T dépend de la longueur *l* du pendule, créer deux graphiques additionnels des mêmes données : T^2-longueur et T-longueur².

  D'après la loi de newton, on peut prouver que pour un pendule simple la période T est liée à la longueur *l* et à l'accélération *g* de chute-libre par $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ou $T^2 = (\frac{4\pi^2}{g})l$.

  Un des graphiques permet-il de confirmer cette loi ?

- Déterminer une valeur de *g* à partir de la courbe T^2-longueur.
- Essayer différentes amplitudes. Que peut-on constater découvrir pour de grandes amplitudes ?
- Les deux figures ci-dessous montrent la représentation distance-vitesse du pendule. Expliquer ce que l'on peut en penser et à quoi les figures ressembleraient si le mouvement n'était pas freiné.





2.2.5 Le peson à ressort, un autre mouvement harmonique simple.

a. Introduction :

La force appliquée à un ressort idéal est proportionnelle à la distance de déplacement de la masse par rapport à son point d'équilibre. Pour un mouvement vertical, on retrouve le mouvement harmonique simple et la position de la masse peut être décrit par $y = A\cos(2\pi f t + \varphi)$. Où *y* est la distance verticale par rapport à la position d'équilibre, *A* est l'amplitude du mouvement, *f* est la fréquence de l'oscillation, *t* est le temps et φ est la constante de phase.

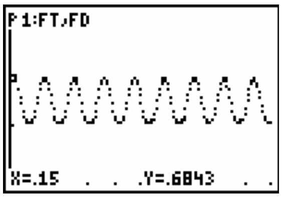
L'expérience aidera à clarifier le rôle de chacun des paramètres et à décrire le mouvement harmonique à l'aide de fonctions mathématiques. Les élèves mesurent la position et la vitesse en fonction du temps pour une masse oscillante donnée. Après détermination de l'amplitude, de la période et de la phase du mouvement observé ils comparent leurs résultats à un modèle mathématique d'un mouvement harmonique simple.

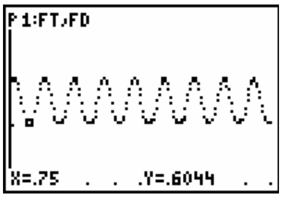
b. Réalisation de l'expérience :

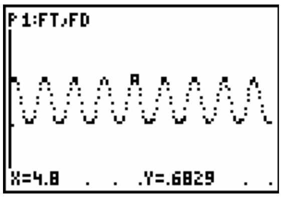
Un ressort est fixé à une tige horizontale, une masse est accrochée au ressort. Le détecteur de mouvement est placé au moins 75 centimètres en-dessous de la masse.

La masse est soulevée vers le haut de cinq à dix centimètres et libérée. Elle devrait osciller verticalement et ne pas s'approcher à moins de 40 centimètres du détecteur de mouvement (dans cette expérience le CBR 2 est directement relié à la calculatrice).

La courbe distance-temps devrait être une sinusoïde. Pour ces données, T période du mouvement se calcule par (4,8 – 0,15)/4 = 1,2 s.







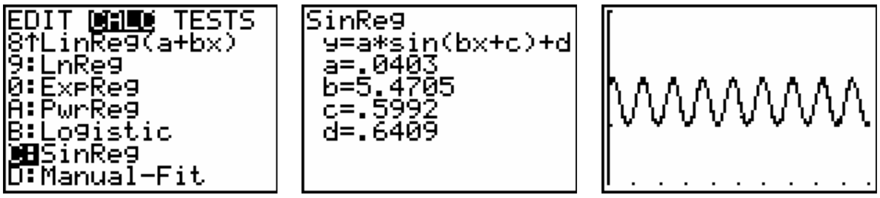
La fréquence f est la l'inverse de la période $f = \frac{1}{T}$. Pour cette expérience la fréquence calculée est de 0,83 Hz.

L'amplitude *A*, du mouvement harmonique simple est l'éloignement maximal à la position d'équilibre. Calcul de *A* : (0,6843-0,6044)/2 = 0,04 m.

c. Observation des résultats :

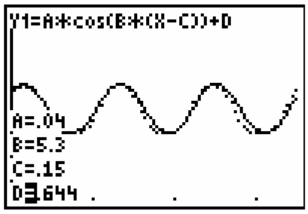
Par régression on détermine la fonction sinus permettant le meilleur ajustement. La position de la masse est décrite par $y = a\sin(bx+c)+d$. Où y est la distance verticale à la position d'équilibre, *a* l'amplitude du mouvement, b dépend de la fréquence de l'oscillation $b = \frac{2\pi}{T} \approx 3.81$, *x* le temps et c est une constante de phase.

La moyenne entre les valeurs du maximum et minimum est le décalage vertical d (distance capteur-position de la masse au repos).



Les données expérimentales peuvent être comparées au modèle de fonction de sinus recherché par ajustement, ou par l'utilisation de la formule donnée et du logiciel de la calculatrice Transformation Graphing.

Avec Transformation Graphing nous pouvons rechercher des valeurs des paramètres A, B, C et D de la fonction $y = A\cos(B(x-C))+D$. Pour la recherche entrer la fonction dans l'éditeur de fonctions [Y=]. Avec les touches [◄][►] les valeurs de A, B, C et D peuvent être ajustées pour trouver une courbe qui ajuste le graphique des données.



Par calcul, A = (0,6843 – 0,6044) / 2 $\approx$ 0,04 m, D = (0,6843 + 0,6044) / 2 $\approx$ 0,644.

La période T est la différence de temps entre deux premiers maxima. B $= \frac{2\pi}{T} \approx 5{,}236$.

Le déphasage C pour une courbe de cosinus est le temps où le premier maximum se produit.

d. Questions et prolongements :

- Comparer les courbes position-temps et vitesse-temps. Qu'est-ce qui les rend semblables ou différentes ?
- Tracer la courbe de vitesse pour observer la valeur des données. Extraire les caractéristiques (temps, distance) de points où : la vitesse est maximale, la vitesse est nulle. Que peut-on en déduire ?
- Quel serait l'effet du doublement du paramètre A (l'amplitude).
- Quel serait l'effet du doublement de *f*.
- La fréquence *f* dépend-elle de l'amplitude du mouvement ? Essayer d'obtenir suffisamment de données pour tirer une véritable conclusion.
- La fréquence *f* dépend-elle de la masse utilisée ? Essayer d'obtenir suffisamment de données pour tirer une véritable conclusion.
- Étudier comment les variations de l'amplitude changent la période du mouvement.
- Comment une action extérieure influe sur les données ? Attacher une carte à jouer avec du ruban adhésif à la masse et refaire une expérimentation (plus de 10 secondes). Le nouveau modèle montre-t-il un ralentissement de la période ?
- Faire d'autres expériences pour découvrir le lien entre la masse et la période.

2.3 Simulation, approche de la notion de Probabilité

Groupe cible :
Elèves de lycée.

Objectif :
Fréquence, probabilité d’un événement, fluctuation d’échantillonnage, diagramme en arbre.

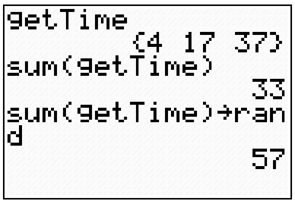
Pré requis Mathématiques :
Pourcentages, statistiques, tableaux, représentation graphique.

Pré requis Calculatrice :
Lancer une application, utiliser les listes, le menu Math.

Mettre en place le raisonnement sur les probabilités est difficile, certaines notions semblent évidentes.
Par exemple, demander la probabilité de sortie de pile ou de face d'une pièce normale (i.e. non truquée) apporte rapidement et très raisonnablement la bonne réponse ½
Quelles que soient les conditions, il faut garder à l’esprit qu’un tirage au hasard est imprévisible.
L’étonnement de grands joueurs devant des situations d’apparence simple lancera la réflexion mathématique sur la voie de la théorisation du hasard, le calcul des probabilités. Ce qui contrairement à ce que certains risqueraient de penser ne veut pas dire prévision de ce qui va se passer. Seulement expliquer ce qui peut arriver !
Dire que la loi est donnée pour « un grand nombre de tirages » laisse penser que « en moyenne » le résultat (fréquence) est celui attendu à condition de répéter « un grand nombre de fois » l’expérience.
Il est intéressant pour mettre en place la découverte des règles (lois) de probabilité de simuler de nombreuses expériences. L’application ProbSim est un bon outil pour présenter des expériences et faire manipuler les élèves.

2.3.1 Initialisation de la série des nombres aléatoires sur la calculatrice.

Lorsque la calculatrice est neuve ou si elle à été réinitialisée, elle commence toujours par le même nombre aléatoire. Ce qui peut être gênant quand tous les élèves ont le même résultat alors que l’on aurait aimé obtenir des résultats dispersés.
Il est possible d’initialiser la série des nombres aléatoires en demandant aux élèves de calculer la somme des chiffres de leur date de naissance et de la date du jour puis d’initialiser la série des nombres aléatoires. Par exemple : 01/01/1992 donne 23 et 10/03/2006 donne 12 total 35 alors : [3][5][STO▶][rand] initialise la série aléatoire.



Remarque : sur TI84 il est possible d’initialiser la série des nombres aléatoires grâce à la fonction temps intégrée. On peut remarquer qu’elle permet d’obtenir des nombres différents à chaque changement de l’heure.
Ce qui permet de facilement initialiser la série.

2.3.2 Pile Face :

Il est assez facile de mettre en œuvre le lancer d’une pièce. Sa compréhension, les résultats théoriques, semblent évidents et sont issus du bon sens.
Répéter plusieurs fois l’expérience, la même opération, devient vite fastidieux. C’est pourtant nécessaire.

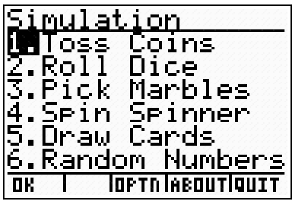
L’ordinateur, la calculatrice sont alors de bons outils de simulation.

Déroulement de la simulation :

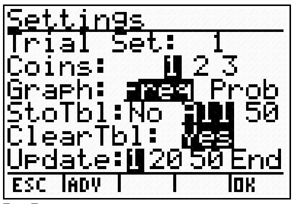
La première étape consiste à observer le résultat du lancer d’une pièce, d’essayer d’adopter un certain comportement de réflexion, une certaine démarche. L’étape suivante sera d’envisager puis d’effectuer le lancer de deux puis trois pièces.

Remarque : cette action est montrée par le professeur. Dans ce cas et pour obtenir les mêmes résultats que ce qui suit, la série aléatoire à été initialisée par [8][STO▸][rand].

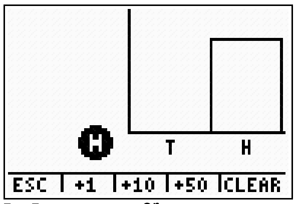
Lancer ProbSim.



Choisir Pile-Face.

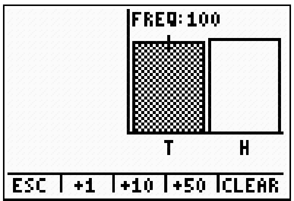


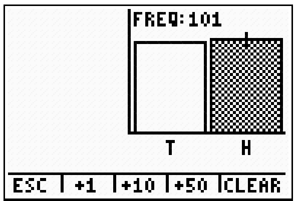
[F3] ([set]) régler comme ci-dessus.



[F2] ([Toss]) 1[er] tirage.

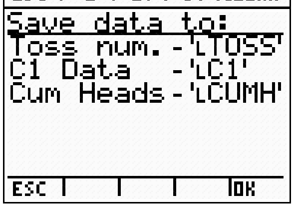
Répéter l’expérience, touche [F4] (+50), jusqu’à obtenir 200 (en réalité 201) tirages. [4]

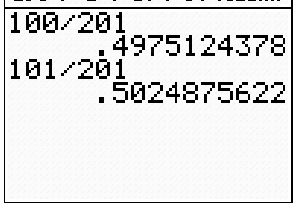




Enregistrer les données [F1] ([ESC]) puis [F4] ([DATA]). Quitter l’application.

Calcul des fréquences : $\frac{100}{201} \simeq 0,498$ et $\frac{101}{201} \simeq 0,502$.

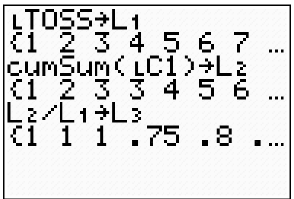


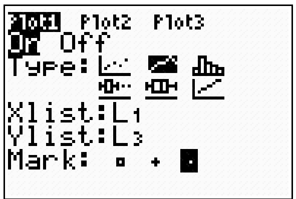


Conclusion : le résultat obtenu est conforme à notre attente.

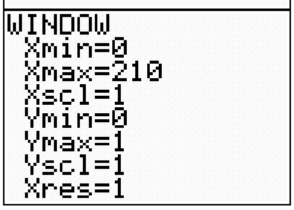
Remarque : profiter de cette expérience pour donner une idée de la loi des grands nombres.

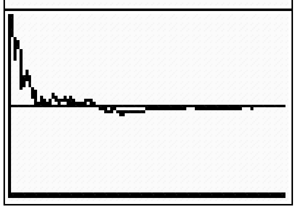
Entrer les instructions ci-contre, puis remplir l’affichage statistique comme indiqué. Remplir [Y=]0.5.





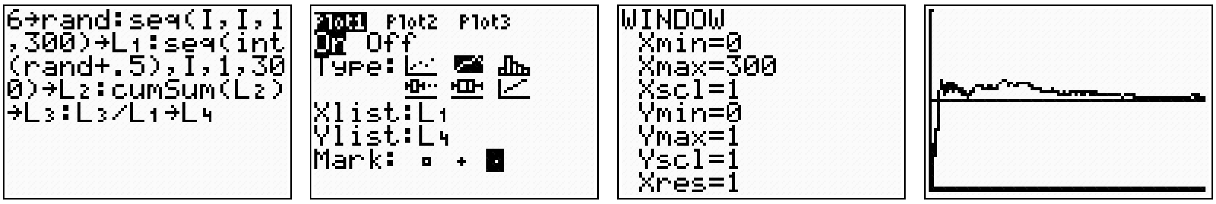
Fenêtre d’affichage et résultat. On peut remarquer une « convergence » rapide vers la valeur 1/2 ainsi que des fluctuations plus ou moins importantes autour de cette valeur.





Remarque : il est possible de « programmer » cet aperçu de la loi des grands nombres directement. La série est initialisée par [6][STO▸][rand] afin d’obtenir le même résultat que ci-après. On laissera les élèves manipuler sans initialisation particulière, ce qui est une bonne introduction à l’étude des fluctuations d’échantillonnage.

[4] On remarquera une différence de vocabulaire entre les dénominations anglaises « Frequency » pour « effectif », et « probability » pour « fréquence (relative) ».



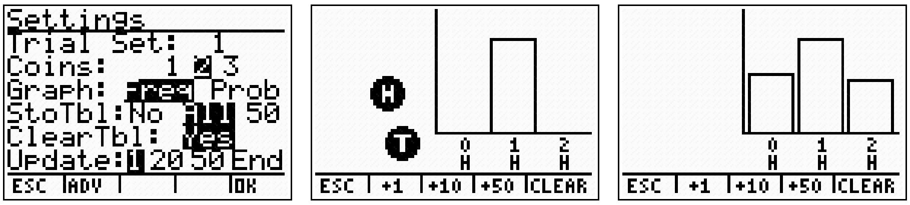
Pour conclure, on peut proposer quelques questions sur ce qui peut surprendre en probabilité. Par exemple 'doit-on s'étonner d'une série de plusieurs piles, ou plusieurs faces, consécutifs' ? Doit-on alors penser que la pièce est forcément truquée ?

Lancer de deux pièces : le lancer d'une pièce est simple. En lancer deux ne semble pas compliqué.

Proposition (fausse [5]!) faite aux élèves : les cas possibles : tout Pile, un Pile un Face, tout Face. On peut poser en à priori que la probabilité de chacun, la fréquence relative de chaque événement, devrait être approximativement 1/3.

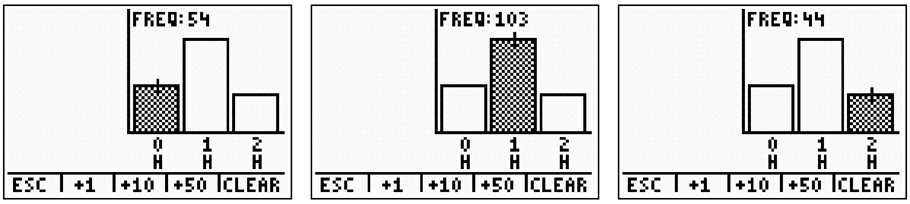
Remarque : pour obtenir « exactement » les mêmes résultats que ce qui suit, initialiser la série aléatoire par $\boxed{0}\boxed{\text{STO}\blacktriangleright}\boxed{\text{rand}}$.

Lancer ProbSim. Régler les paramètres comme ci-contre. Lancer le 1er tirage. Puis les 50 suivants. Problème ?



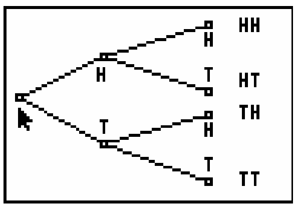
Lancer les 50 suivants, jusqu'au 200^{ième} tirage.
A chaque étape on remarque une différence très nette entre Pile-Pile, Face-Face et Pile-Face.

Au 201^{ième} tirage :
p(FF)=54/201≈0,27.
p(PF)=103/201≈0,51.
p(PP)=44/201≈0,22.



Il faut remettre en cause l'hypothèse de départ !

Rappeler les faits historiques. Pour le lancer de 3 dés, l'erreur de Cardan était de considérer que {1 ; 3 ; 5} et {1 ; 5 ; 3} de même somme 9 comptaient pour un seul et même résultat.
Pour bien voir les différents cas, la construction d'un arbre est un grand pas vers la solution (écran Cabri® JR ci-contre).
On peut alors prévoir p{PP}=p{PF}=p{FP}=p{FF}=0,25. Comme {PF} et {FP} sont comptabilisés ensemble, on trouve p{1 fois Pile}=0,5.

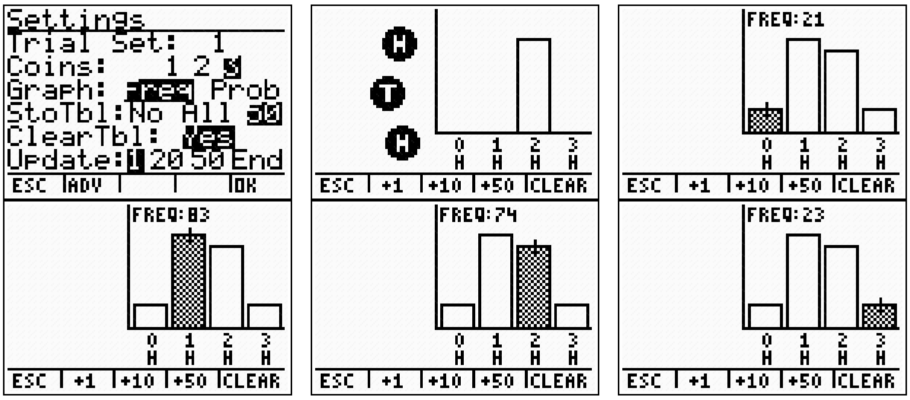


Proposer alors aux élèves de déterminer la probabilité de sortie des différents cas obtenus en lançant trois pièces. Ils devraient trouver rapidement et sans erreur.
On peut obtenir {FFF}, {PFF} avec deux autres permutations avec un seul Pile, {PPF} avec deux autres permutations avec un seul Face et {FFF}.
Un total de 8 cas donc 0,125 chacun. On peut s'attendre à trouver approximativement 0,125 pour {FFF} ou {PPP} et 0,375 pour 1 pile ou 2 piles.

[5] Il s'agit de répéter l'erreur historique commise par Girolamo CARDANO dans le problème proposé par le Duc de Toscane résolu par GALILEE.

Essais avec ProbSym :

Lancer l'application, choisir le lancer de 3 pièces.



Pour 201 tirages :

p(FFF) ≈0,10
p(PFF) ≈0,41
p(PPF) ≈0,37
p(PPP) ≈0,11.

Les valeurs expérimentales sont acceptables.

2.3.3 Lancer de dés :

Les élèves poursuivront l'étude avec 1 dé, 2 dés puis 3 dés.
Ils constateront que ce qui précède s'applique aux nouveaux cas étudiés.

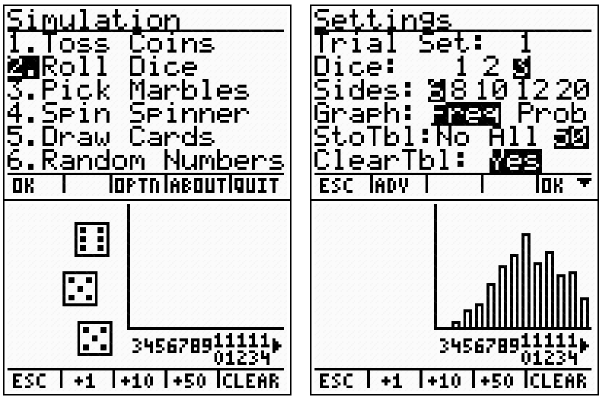
Simulation de 3 dés : on lance trois dés et on totalise la somme des points de leurs faces supérieurs. C'est le jeu qui donna « le problème du Grand Duc de Toscane » qui avait remarqué que la somme 10 sortait plus souvent que la somme 9.
Pourtant, la décomposition qu'il faisait de ces sommes comptait le même nombre d'éléments :

$$9=1+2+6=1+3+5=1+4+4=2+2+5=2+3+4=3+3+3.$$
$$10=1+3+6=1+4+5=2+2+6=2+3+5=2+4+4=3+3+4.$$

Effectuons de nombreux lancer de 3 dés avec l'application ProbSym. La série a été initialisée par 8 STO▶ rand.

Lancer ProbSym, choisir le lancer de dé.
Régler les paramètres pour lancer 3 dés.

Le premier lancer, puis le résultat après 501 lancers.
On cherchera à comparer les résultats obtenus avec la probabilité théorique espérée.



Le hasard est-il « régulier », « prévisible » ?

Pour faire réfléchir sur la « certitude » d'un résultat aléatoire et à celui de la fluctuation d'échantillonnage (variabilité d'une réponse attendue) deux situations sont proposées :

- Tricher et ne pas gagner… lancer une pièce truquée de nombreuses fois sans que le nombre de sorties de la face prévue dépasse le nombre de sorties de l'autre face.
- J'aime le pamplemousse : 1 000 personnes ont donné leur avis. Elles aiment le pamplemousse à 55 % d'entre elles. On choisit « au hasard » 100 de ces personnes. Combien aiment le pamplemousse ? 55 ? vraiment ?

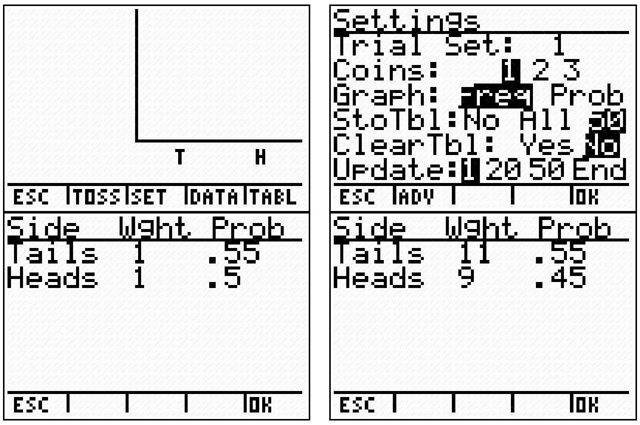
2.3.4 Tricher et ne pas gagner…

[6][STO▶][rand]. Commencer par initialiser de cette façon la série des nombres aléatoires.

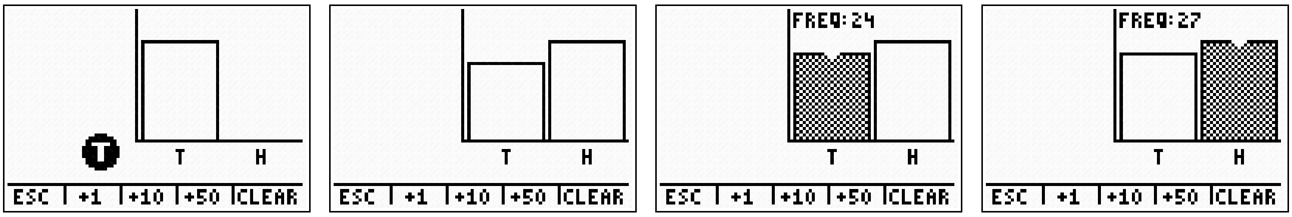
Proposition : lancer une pièce truquée dont la probabilité de sortie de pile est 0,55 et 0,45 pour face. On parie sur le résultat obtenu après cinquante tirages (en réalité 51). Les élèves devraient choisir pile (55 % de chance de sortie) plutôt que face (45 % de chance de sortie).

Lancer probSym.
Choisir Pile-Face (Toss Coins).
Réglage des paramètres [F3](SET), [F2] (ADV) pour régler la fréquence de sortie comme ci-dessous.

Entrer .55 puis [ENTER] .45 s'affiche pour Heads.
Valider [F5](OK) 2 fois.



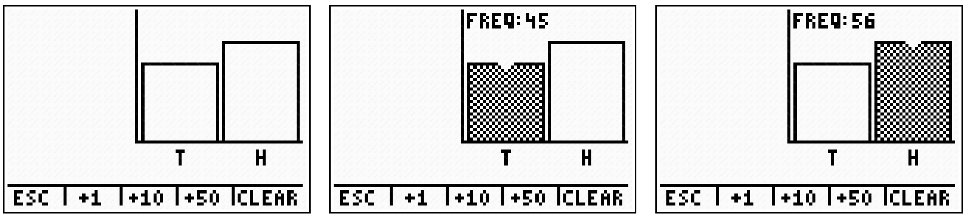
Lancer le 1er tirage qui semble être favorable, puis les 50 suivants.



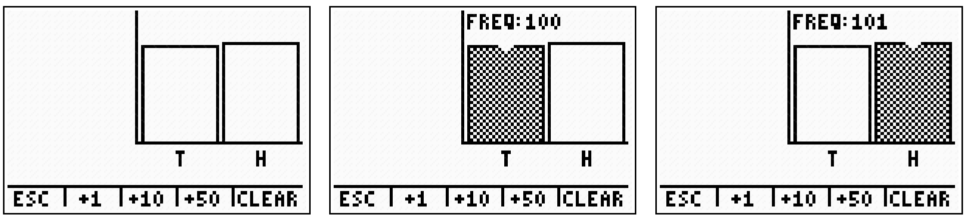
Le premier tirage (TOSS).

Et les 50 suivants… perdu !

Relancer de 50 tirages.
Encore perdu !



De nouveau 50 tirages.
Toujours perdu.
La pièce est pourtant truquée en votre faveur !



Continuer jusqu'à avoir lancé 200 fois (en réalité 201 fois) la pièce… qui bien que truquée ne veut pas faire gagner le côté prévu !

Les tirages suivants (après 201) permettent enfin d'obtenir des résultats conformes aux prévisions.

En conclusion : nous remarquons que le hasard est imprévisible, même avec des cartes truquées… et que la loi des grands nombres demande des nombres vraiment grands.
Les élèves sont surpris par ces résultats. Ils veulent absolument continuer jusqu'à ce que les tirages basculent dans le sens attendu.

2.3.5 J’aime le pamplemousse :

Nous savons que les personnes ont donné leur avis. Nous les supposons honnêtes (elles ont la même réponse que lors de l’interrogation du groupe). Le problème est que notre échantillon se construit « au hasard » et peut donc contenir plus ou moins d’un groupe et donc moins ou plus de l’autre.
Comment simuler cet échantillon ?
A l’aide de la calculatrice nous construisons un petit programme permettant de simuler un tirage aléatoire de 100 personnes dont 55% devraient être favorables à notre attente.
Le programme, puis quelques tirages obtenus (vous obtiendrez certainement d’autres résultats) :

```
0üN
Input "TAILLE
?",T
For(I,1,T)
int(rand+.55)üA
A+NüN
End
Disp N/T*100
```

Le programme

```
EXEC EDIT NEW
1:FLUCTUA
```

PRGM pour lancer le programme

```
prgmFLUCTUA
TAILLE ?100
             48
           Done
TAILLE ?100
             65
           Done
```

Deux premiers résultats.

```
           Done
TAILLE ?100
             60
           Done
TAILLE ?100
             55
           Done
```

Deux suivants.

```
           Done
TAILLE ?100
             53
           Done
TAILLE ?100
             51
           Done
```

Encore deux.

```
           Done
TAILLE ?100
             53
           Done
TAILLE ?100
             46
           Done
```

Etc.

```
           Done
TAILLE ?100
             61
           Done
TAILLE ?100
             61
           Done
```

```
           Done
TAILLE ?100
             47
           Done
TAILLE ?100
             63
           Done
```

On constate combien chaque échantillon peut être différents de ce que l’on attendait. On peut alors proposer de réfléchir aux sondages d’opinions donnant « la côte de popularité » des personnalités politiques et leurs variations chaque mois ou chaque semaine…

Cette approche basée sur l’expérimentation a l’avantage de relier les mondes réel et théorique.

2.3.6 Petite note historique :

Cardano
1501-1576

La théorie des probabilités a ses racines dans le monde du jeu. Il est vraisemblable que les premiers développements de la théorie des probabilités concernent la recherche de toutes les solutions possibles de différents jeux.

Un des premiers recueils sur les probabilités, *Liber de Ludo Aleae*, date de 1525 et fut écrit par Girolamo Cardano. C'est un livre concernant le lancer de dés.

La correspondance entre Pascal et Fermat, qui se compose de cinq lettres (±1624), forme les fondements de l’étude des probabilités.


Blaise Pascal 1623-1662

Christiaan Huygens 1629-1695


De cet échange, Cristiaan Huygens a écrit le premier livre imprimé sur les probabilités, *De Ratiociniis dans Ludo Aleae* en 1657.

Ars Conjectandi de Jacob (James) Bernoulli est une référence dans l'histoire des probabilités. Il a été édité à titre posthume par son neveu Nikolaus Bernoulli en 1713.


Jacob Bernoulli 1654-1705


JACOBI BERNOULLI,
Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar. Gall. & Pruss. Sodal.
MATHEMATICI CELEBERRIMI,
ARS CONJECTANDI,
OPUS POSTHUMUM.
Accedit
TRACTATUS
DE SERIEBUS INFINITIS,
Et EPISTOLA Gallicè scripta
DE LUDO PILÆ
RETICULARIS.
BASILEÆ,
Impensis THURNISIORUM, Fratrum.
cIↄ Iↄcc xiii.

C'est dans cette œuvre que la loi des grands nombres apparaît pour la première fois. James formule et montre que la fréquence relative d'un événement approche sa probabilité à la longue.

C'est cette idée qui a été employée en cet article pour obtenir des simulations.

Un autre moment important dans le développement des probabilités comme science moderne est l'approche axiomatique des probabilités par Kolmogorov (1903-1987) vers 1933.


Andrey Kolmogorov 1903-1987

2.4 Programmation linéaire

GROUPE CIBLE :
Elèves de lycée.

SUJET :
Programmation linéaire - Mathématique Appliquée – Matrices

PRE REQUIS MATHEMATIQUE :
Fonctions linéaires, résolution de systèmes linéaires, inéquations linéaires, calculs sur les lignes et colonnes de matrices.

PRE REQUIS CALCULATRICE :
Représentation graphique, éditeur de statistiques, diagrammes statistiques, Listes, Matrices.

La programmation linéaire est la branche des mathématiques appliquées qui traite de problèmes comme l'exemple suivant.

2.4.1 Pommes et poires

Supposez que vous avez 3,60 € pour acheter des pommes et des poires. Le prix d'une pomme est 0,20 € et 0,30 € pour une poire. Combien de pommes et de poires est-ce que l'on peut acheter s'il y a seulement 12 pommes et 10 poires en stock ?

Solution :

x représente le nombre de pommes et y le nombre de poires.

Conditions évidentes : $x \geq 0$ et $y \geq 0$.

Expression des contraintes pour x et y : $20x + 30y \leq 360$, $x \leq 12$ et $y \leq 10$.

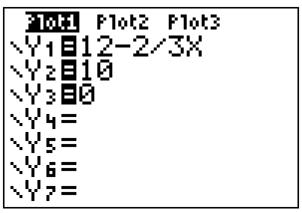
Pour résoudre le problème il faut trouver tous points (x, y) qui satisfont :

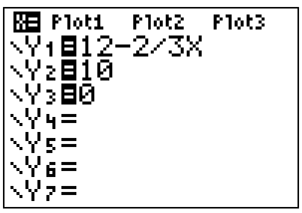
$$\begin{cases} 20x + 30y \leq 360 \\ x \leq 12 \\ y \leq 10 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

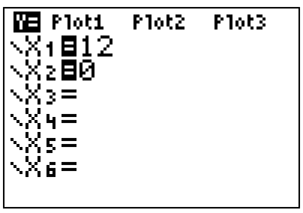
On essaye de résoudre le problème par une approche graphique en traçant les représentations des fonctions linéaires $x = 12$ $x = 0$ $20x + 30y = 360$ et $y = 0$.

Par conséquent on définit les fonctions : `Y1=12` $-\frac{2}{3}$ `x` ; `Y2=10` ; `Y3=0`, `X1=12` ; `X2=0`.

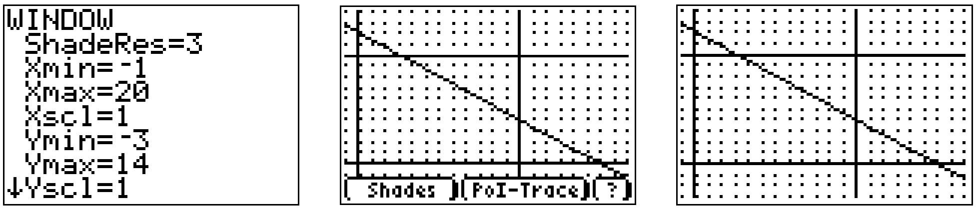
Pour définir `X1=12` et `X2=0` il faut activer l'application *Inequality Graphing*. Puis choisir `X=`.



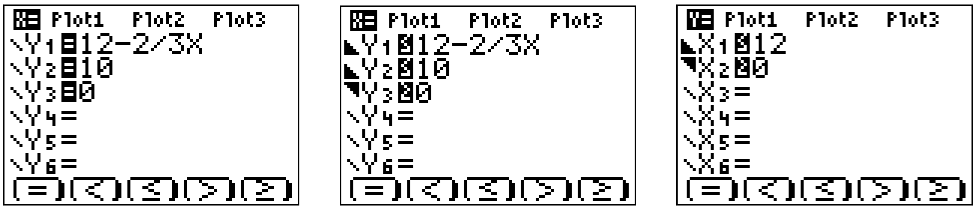




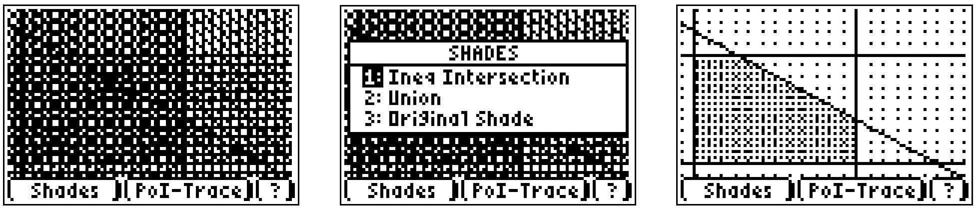
Résultat de ces définitions dans le graphique suivant (touches TRACE CLEAR pour quitter le menu) :



Tout point du domaine est solution du problème. Il est possible d'ombrer ce secteur et de calculer les coordonnées de ses sommets. Pour ombrer utiliser les touches [F1] et [F6] comme ci-après :

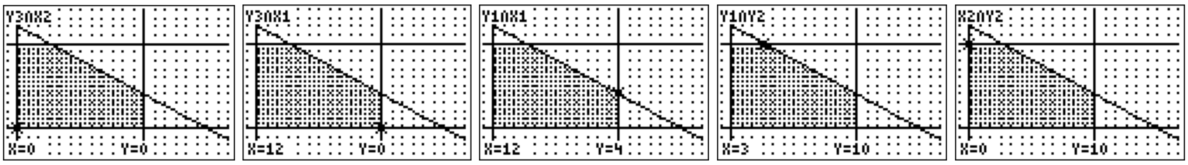


Touche [GRAPH] choix Shades puis `1: Ineq Intersection`.

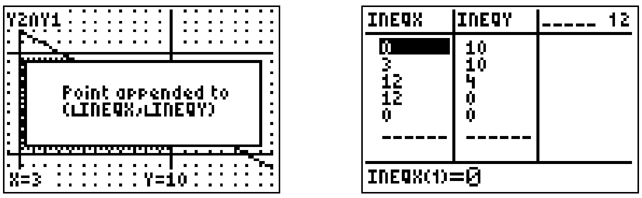


On relève les coordonnées par `PoI-Trace`:

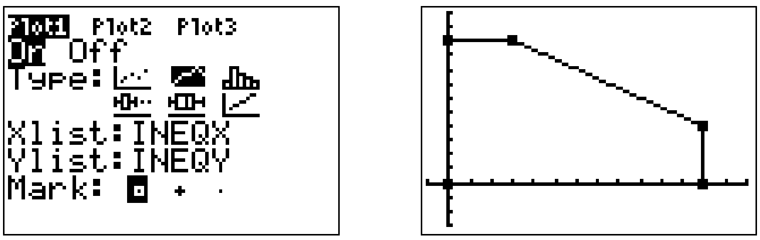
◀ ▶ = change sur seconde fonction ▲ ▼ = change pour première fonction



On peut stocker les coordonnées d’un point sélectioné par [STO▸] ▶. Les coordonnées du point sont automatiquement stockées dans les listes `INEQX` and `INEQY`.



Avec ces listes il est encore possible de tracer le secteur même après avoir quitté l’application *Inequality Graphing* et/ou supprimé les fonctions. Sur le graphique « au-dessous de la grille » est désactivé.

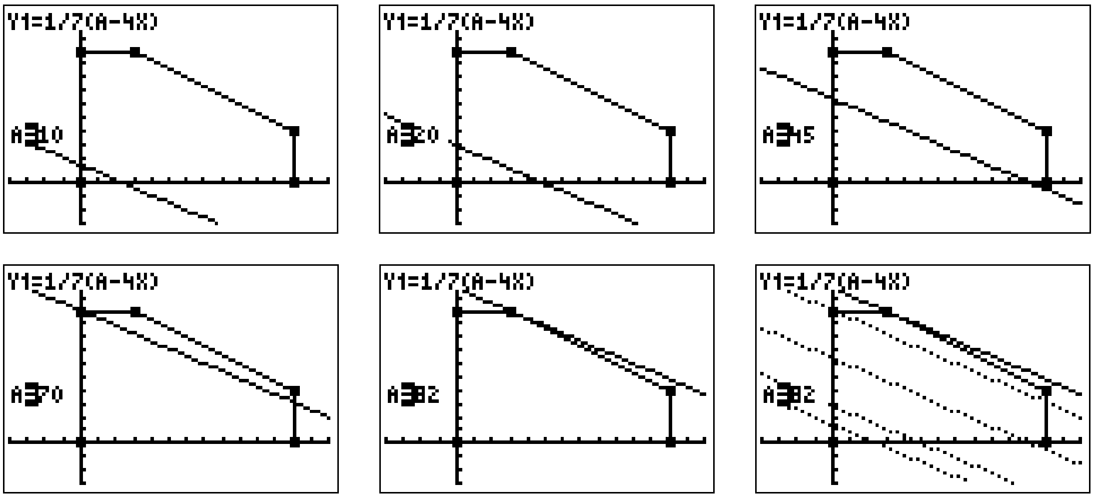


Ajout de conditions supplémentaires : recherche d'une solution contenant un maximum de vitamines sachant que la teneur en la vitamine C pour une pomme est de 4 grammes et 7 grammes pour une poire.

Pour résoudre ce problème il faut trouver la valeur maximale de $4x+7y$ au-dessus du secteur déterminé précédemment.

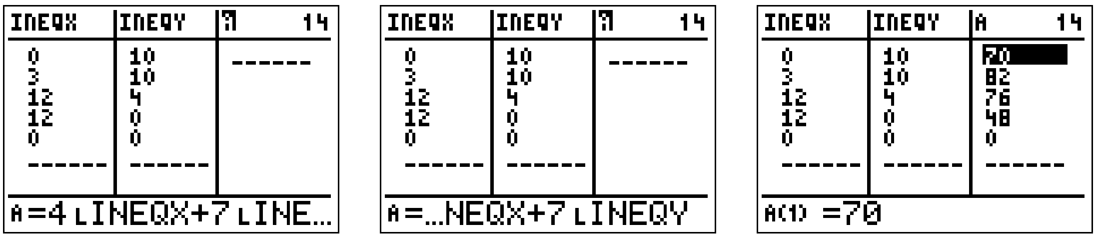
Pour étudier ce problème graphiquement on définit le paramètre *A* comme $A=4x+7y$ et la fonction $\mathrm{Y1}=\frac{1}{7}(A-4x)$.

Lancer l'application *Transformation Graphing* (il faut d'abord quitter l'application *Inequality Graphing*) et étudier la valeur de *A* pour différents points du secteur.



TrailOn – 2nd[FORMAT]

Quelques essais de variation du paramètre *A* montrent que le maximum de *A* sera trouvé sur l'un des sommets. Avec `STAT 1:Edit` on peut calculer ces valeurs de *A* :



La quantité maximale de vitamine C est de 82 grammes avec un achat de 3 pommes et de 10 poires.

2.4.2 La méthode simplexe

On peut écrire l'exemple précédent comme suit :

Maximiser $4x+7y$

Sachant $20x+30y \le 360\,;\ x \le 12\,;\ y \le 10\,;\ x \ge 0,\ y \ge 0$ (2.4.1)

La méthode recto commence toujours à partir d'une solution faisable. Pour notre usage nous prendrons l'origine $x=0$ et $y=0$. Ce ne sont pas les valeurs de x et y donnant la valeur maximale de $4x+7y$ (dans le domaine solution).

Il faut transformer les inégalités en égalités par l'introduction de trois nouvelles variables u, v, w : $u=360-20x-30y \le 360\,;\ v=12-x\,;\ w=10-y$.

On définit $z = 4x + 7y$. Les anciennes variables x et y s'appellent les variables de décision.

Le problème devient :

Maximiser $\quad z = 4x + 7y$

Sachant $u = 360 - 20x - 30y$; $v = 12 - x$; $w = 10 - y$; $x \geq 0, y \geq 0, u \geq 0, v \geq 0, w \geq 0$ (2.4.2)

<u>Note :</u>

- Chaque solution de (2.4.1) peut être prolongée à une solution de (2.4.2).
- Chaque solution de (2.4.2) peut être limitée à une solution de (2.4.1).
- Chaque solution optimale de (2.4.1) correspond à une solution optimale de (2.4.2).

La solution de départ pour $x = 0,\ y = 0,\ u = 360,\ v = 12,\ w = 10$. (2.4.3)

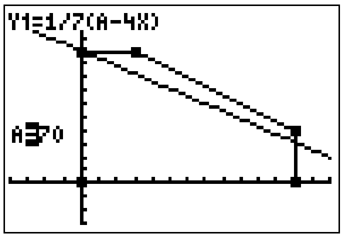
Cette solution donne $z = 0$.

On essaye de trouver des améliorations successives de cette solution en x, y, u, v, w pour finir avec une solution optimale. Ce qui signifie qu'à partir de x, y, u, v, w il faut déduire une solution $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ avec $4\tilde{x} + 7\tilde{y} \geq 4x + 7y$.

Dans $z = 4x + 7y$ augmenter y, accroit plus rapidement z que d'augmenter x. On commence donc par augmenter y et garder $x = 0$. Jusqu'à quelle valeur de y ?

Pour $x = 0, u \geq 0, v \geq 0, w \geq 0$ les contraintes s'écrivent :

$$\begin{cases} 360 - 30y \geq 0 \\ 12 \geq 0 \\ 10 - y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 12 \\ 12 \geq 0 \\ y \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \quad y \leq 10.$$



Donc y peut augmenter jusqu'à 10.

Nouvelle solution (provisoire) : $x = 0, y = 10, u = 60, v = 12, w = 0$ alors $z = 70$.

Comment améliorer le résultat ?

Fabriquer un nouveau système de contraintes linéaires pour continuer…

On remarque que y de valeur 0 au départ est devenu 10 alors que w passe d'une valeur positive à zéro. Comme $w = 10 - y \Leftrightarrow y = 10 - w$, on exprime u, v et z en fonction de x, w.

$$u = 360 - 20x - 30y = 360 - 20x - 30(10 - w) = 60 - 20x + 30w$$
$$v = 12 - x$$
$$z = 4x + 7y = 4x + 7(10 - w) = 70 + 4x - 7w$$

Le système devient :

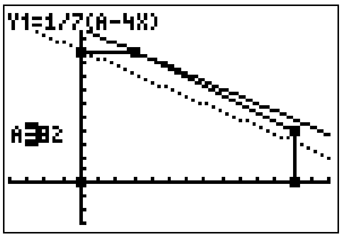
Maximiser $\quad z = 70 + 4x - 7w$

Sachant $\quad u = 60 - 20x + 30w$; $v = 12 - x$; $y = 10 - w$; $x \geq 0, y \geq 0, u \geq 0, v \geq 0, w \geq 0$

De la deuxième solution $x = 0,\ y = 10,\ u = 60,\ v = 12,\ w = 0$ avec $z = 70$ on essaye de trouver une amélioration.

Comme $z = 70 + 4x - 7w$ la seule manière d'augmenter z est d'augmenter x. De quelle valeur ?

Pour $w=0,\ y\geq 0, u\geq 0, v\geq 0$ les contraintes sont :



$$\begin{cases} 60-20x\geq 0 \\ 12-x\geq 0 \\ 10\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 3 \\ x\leq 12 \\ 10\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \quad x\leq 3$$

Donc x peut augmenter de 3 au maximum, une nouvelle solution sera : $x=3,\ y=10, u=0, v=9,\ w=0$ avec $z=82$.

Exprimer alors les variables en fonction de u, w.

$$u=60-20x+30w \Leftrightarrow 20x=60-u+30w \Leftrightarrow x=3-\frac{1}{20}u+\frac{3}{2}w.$$

Alors $\quad v=12-x=9+\dfrac{1}{20}u-\dfrac{3}{2}w$

$y=10-w$

$z=70+4x-7w=70+4(3-\dfrac{1}{20}u+\dfrac{3}{2}w)-7w=82-\dfrac{1}{5}u-w$

Une augmentation de z se fera par u plus que par w.

Ce qui signifie que l'on a trouvé une solution optimale $z=82$ pour $x=3$ et $y=10$.

Dans cet exemple x et y doivent être des nombres entiers, le problème reste identique en considérant x et y en tant que variables réelles.

2.4.3 La méthode simplexe par utilisation de matrices

Pour cela, réécriture du problème :

$$\begin{array}{l} 20x+30y+u=360 \\ x+v=12 \\ y+w=10 \\ \hline -z+4x+7y=0 \end{array} \quad \text{s'écrit} \quad \begin{array}{ccccccccccccccc} & & 20x & + & 30y & + & u & & & & & = & 360 \\ & & x & & & & & + & v & & & = & 12 \\ & & & & y & & & & & + & w & = & 10 \\ \hline -z & + & 4x & + & 7y & & & & & & & = & 0 \end{array}$$

La matrice du système s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 1 & 0 & 0 & 360 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

<u>Première étape :</u>

Dans la dernière ligne, excepté en dernière colonne (valeur actuelle de z). Si tous les éléments sont nuls ou négatifs, la matrice représente une solution optimale. Sinon, choisir la colonne liée au plus grand nombre positif. Cette colonne s'appelle la colonne de pivot.

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 1 & 0 & 0 & 360 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Deuxième étape :

Calculer les rapports $\frac{p}{q}$ des éléments p de la colonne extrême droite et des éléments positifs q de la colonne de pivot (excepté la dernière colonne). S'ils sont tous négatifs le problème est illimité (voir le point d).

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 1 & 0 & 0 & 360 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \\ \longrightarrow \frac{10}{1} = 10 \\ \\ \end{array}$$

Troisième étape :

Dans cette étape diviser chaque élément de la rangée de pivot avec le pivot (= intersection de la colonne de pivot et de la rangée de pivot). Dans ce cas (pivot = 1) il n'est rien besoin de faire.

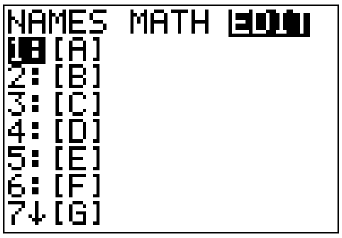
Ce n'est pas une mauvaise idée d'ajouter une colonne avec les variables positives de la solution actuelle.

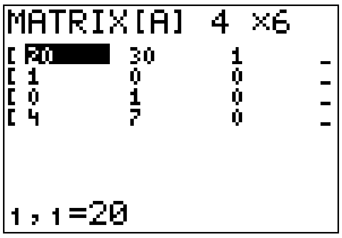
$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 20 & 30 & 1 & 0 & 0 & 360 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} u \\ v \\ w \\ \\ \end{array} \end{array}$$

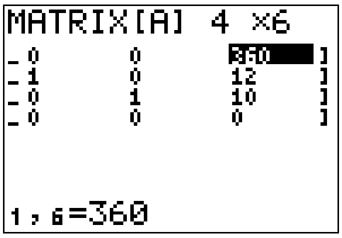
Quatrième étape :

Employer les opérations élémentaires de rangée (2nd MATRX MATH) pour traiter tous les éléments de la colonne de pivot, excepté le pivot, zéro.

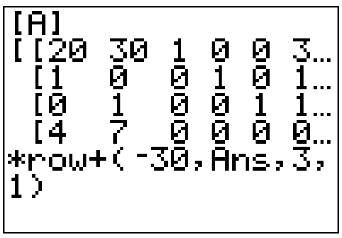
Entrée de la matrice :

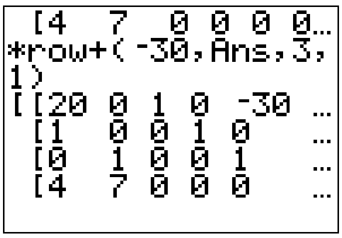


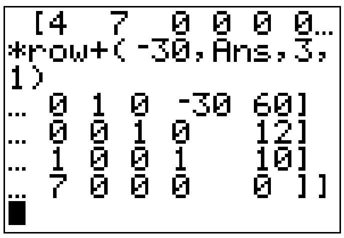




-30 R_3 + R_1







-7 R_3 + R_4

```
*row+(-30,Ans,3,
1)
[[20 0 1 0 -30 …
 [1  0 0 1 0   …
 [0  1 0 0 1   …
 [4  7 0 0 0   …
*row+(-7,Ans,3,4
)
```

```
 [4  7 0 0 0   …
*row+(-7,Ans,3,4
)
[[20 0 1 0 -30 …
 [1  0 0 1 0   …
 [0  1 0 0 1   …
 [4  0 0 0 -7  …
```

```
 [4  7 0 0 0   …
*row+(-7,Ans,3,4
)
…0 1 0 -30 60 ]
…0 0 1 0   12 ]
…1 0 0 1   10 ]
…0 0 0 -7  -70]]
```

Ainsi on construit une nouvelle matrice avec $z = 70$ and $x = 0, y = 10, u = 60, v = 12$ and $w = 0$:

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 20 & 0 & 1 & 0 & -30 & 60 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -7 & -70 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} u \\ v \\ y \\ \end{array} \end{array}$$

A partir de cette matrice il faut refaire les quatre étapes précédentes pour trouver une meilleure solution (optimisation).

<u>Etapes 1 & 2</u>

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} \boxed{20} & 0 & 1 & 0 & -30 & 60 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -7 & -70 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} u \\ v \\ y \\ \end{array} \end{array}$$

```
[B]
[[20 0 1 0 -30 …
 [1  0 0 1 0   …
 [0  1 0 0 1   …
 [4  0 0 0 -7  …
```

```
[B]
…0 1 0 -30 60 ]
…0 0 1 0   12 ]
…1 0 0 1   10 ]
…0 0 0 -7  -70]]
```

<u>Etapes 3 & 4</u>

-$\dfrac{1}{20} R_1$

```
[B]
[[20 0 1 0 -30 …
 [1  0 0 1 0   …
 [0  1 0 0 1   …
 [4  0 0 0 -7  …
*row(1/20,Ans,1)
```

```
 [4  0 0 0 -7  …
*row(1/20,Ans,1)

[[1 0 .05 0 -1.…
 [1 0 0   1 0  …
 [0 1 0   0 1  …
 [4 0 0   0 -7 …
```

```
 [4  0 0 0 -7  …
*row(1/20,Ans,1)

….05 0 -1.5 3  ]
…    1 0    12 ]
…    0 1    10 ]
…    0 -7   -70]]
```

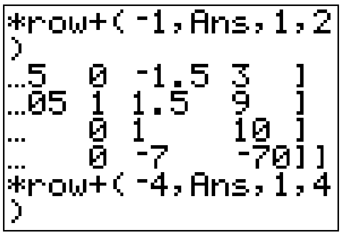
- $R_1 + R_2$

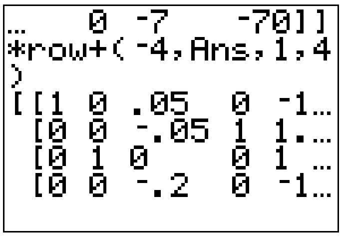
```
*row(1/20,Ans,1)

[[1 0 .05 0 -1.…
 [1 0 0   1 0  …
 [0 1 0   0 1  …
 [4 0 0   0 -7 …
*row+(-1,Ans,1,2
)
```

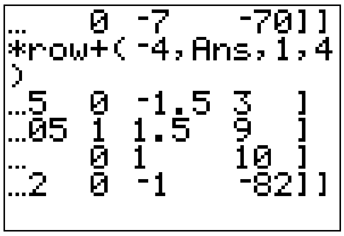
```
 [4 0 0   0 -7 …
*row+(-1,Ans,1,2
)
[[1 0 .05  0 -1…
 [0 0 -.05 1 1.…
 [0 1 0    0 1…
 [4 0 0    0 -7…
```

```
 [4 0 0   0 -7 …
*row+(-1,Ans,1,2
)
…5  0 -1.5 3   ]
…05 1 1.5  9   ]
…   0 1    10  ]
…   0 -7   -70]]
```

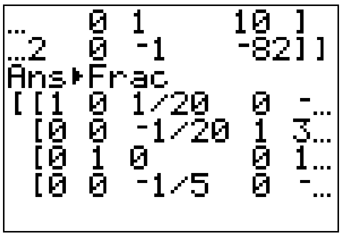
-4 $R_1 + R_4$

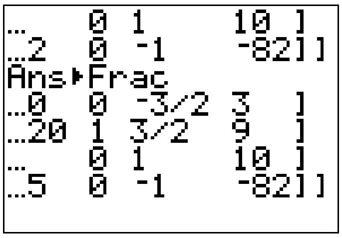






On peut écrire le dernier résultat sous forme fractionnaire par `[MATH}<MATH> 1:▸Frac`.





La nouvelle matrice : $\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{20} & 0 & -\frac{3}{2} & 3 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{20} & 1 & \frac{3}{2} & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & 0 & -1 & -82 \end{pmatrix} & \begin{matrix} x \\ v \\ y \\ \\ \end{matrix} \end{array}$

La dernière ligne contient uniquement des zéros ou des négatifs. C'est la solution optimale $x=3,\ y=10,\ u=0,\ v=9,\ w=0$ avec $z=82$.

2.4.4 La solution est-elle unique ?

Deux exemples pour montrer qu'il n'y a pas toujours une solution unique

(i) Plusieurs solutions

Maximiser	$z=2x+4y$	ou	Maximiser	$z=2x+4y$
sachant	$x-y\le 2$		sachant	$u=2-x+y$
	$x+2y\le 16$			$v=16-x-2y$
	$x\ge 0,\ y\ge 0$			$x\ge 0,\ y\ge 0, u\ge 0, v\ge 0$

La deuxième condition des contraintes représente déjà une indication car l'image de $2x+4y-z=0$ est parallèle à un côté du domaine représenté par les contraintes.

Etape suivante :

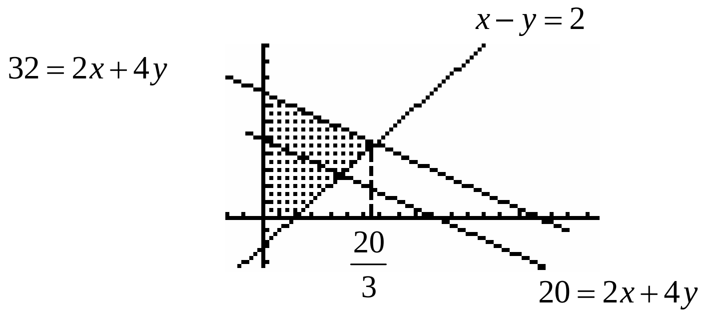
Maximiser $z=32-2v$
sachant $y=8-0.5x-0.5v$
$u=10-1.5x-0.5v$
$x\ge 0, y\ge 0, u\ge 0, v\ge 0$

Pour toute solution optimale ($z=32$) il faut $v=0$, et pas nécessairement $x=0$.

L'optimisation de x se fait par $10-1.5x\ge 0 \Leftrightarrow x\le \frac{20}{3}$.

Pour tout x de $\left[0, \frac{20}{3}\right]$ on obtient une solution optimale $x, y = 8 - 0.5x, u = 10 - 1.5x, v = 0$.

Remarque : $y = 8 - 0.5x \Leftrightarrow x + 2y = 16 \Leftrightarrow 2x + 4y = 32$.



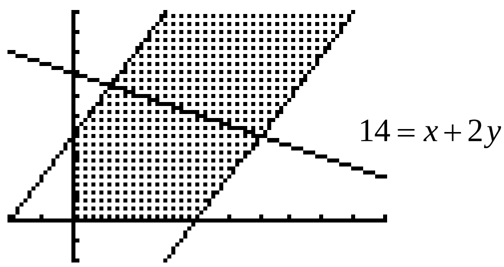
(ii) <u>Pas de solution – problème illimité</u>

Maximiser $z = x + 2y$

sachant $-2x + y \leq 4$

$2x - y \leq 8$

$x \geq 0, y \geq 0$



2.5 Effets des coefficients et paramètres

GROUPE CIBLE :
Toutes classes de lycée, présentation des fonctions linéaires et affines au collège.

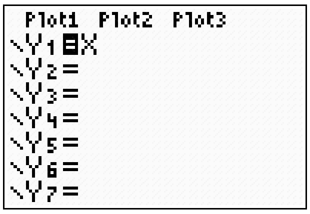
SUJET :
Déterminer l'effet des paramètres sur les fonctions et leurs représentations graphiques.

PRE REQUIS MATHEMATIQUE :
Fonctions usuelles.

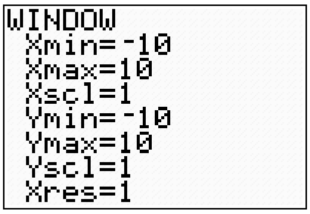
PRE REQUIS CALCULATRICE :
Représentation graphique, éditeur graphique.

2.5.1 Fonctions usuelles

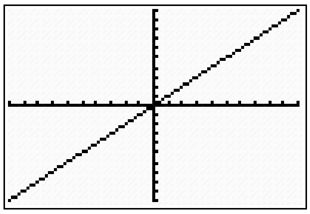
Il est considéré que les fonctions usuelles et leur représentation dans un écran standard, éventuellement restreint à leur domaine de définition, est connu. Il est tout de même commencé par leur rappel.

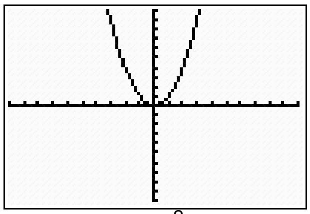


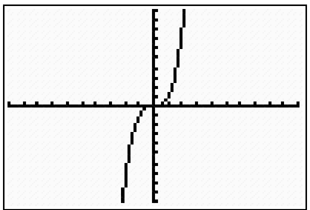
En $\boxed{\text{Y=}}$ insertion de la fonction.

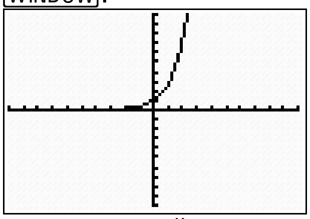


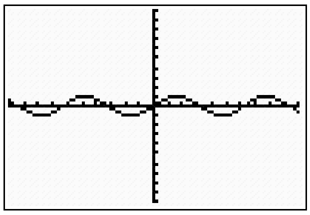
Réglage de la fenêtre $\boxed{\text{WINDOW}}$.

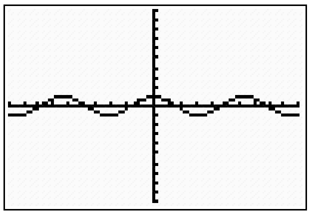

Affichage de *y*=*x* dans l'écran standard.


$y=x^2$


$y=x^3$


$y=e^x$

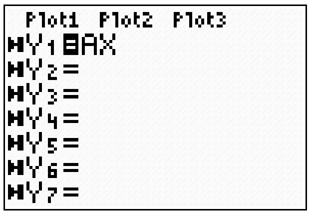

$y=\sin(x)$


$y=\cos(x)$

A l'aide de l'application Transformation Graphing les élèves vont essayer de découvrir l'influence de paramètres ajoutés aux définitions des fonctions usuelles et établir quelques règles et remarques qu'ils auront constatées.

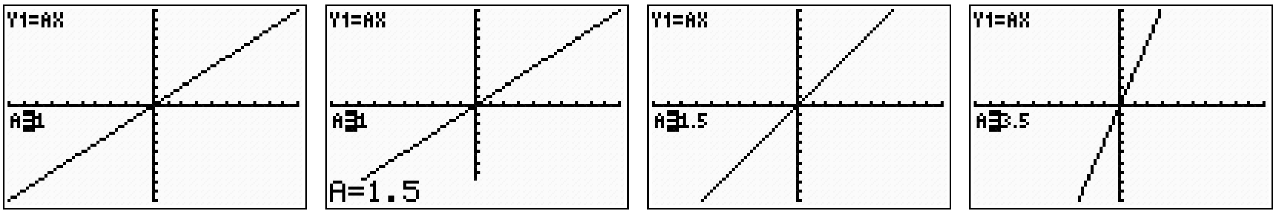
2.5.2 Premier degré, fonctions linéaires et affines : $y=f(x)=ax$; $y=f(x)=x-a$; $y=f(x)=ax+b$.

(i) $y=ax$

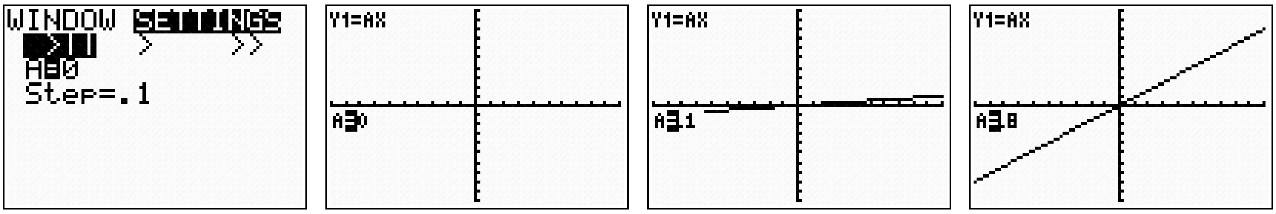


Lancer l'application Transformation Graphing. Touche $\boxed{\text{Y=}}$ entrée de la fonction [6].
Touche $\boxed{\text{WINDOW}}$,choisir une fenêtre d'affichage standard, touche $\boxed{\blacktriangle}$, pour régler les paramètres de $\boxed{\text{WINDOW SETTINGS}}$: A=1 step=.5 .

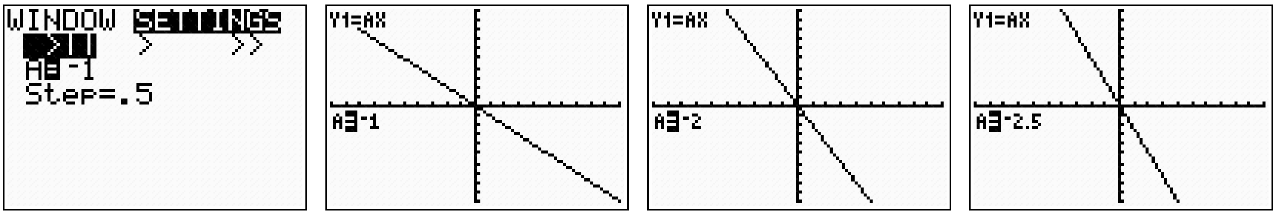
6 L'utilisation des paramètres des formules de fonctions dans Transformation Graphing se fait OBLIGATOIREMENT dans l'ordre alphabétique.



Touche GRAPH. Passer à la valeur suivante[7].



Quelques essais pour 0≤*a*<1.

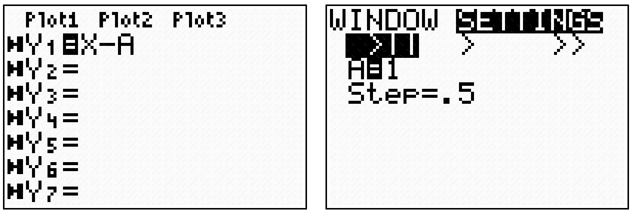


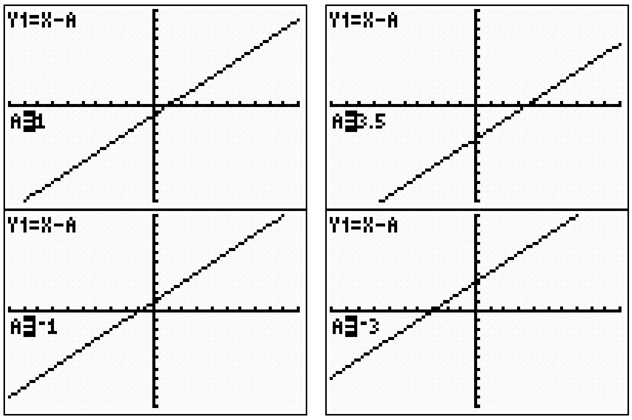
Puis pour *a*≤0.

Les élèves devraient constater :

- ✓ le « coefficient directeur » ou « pente de la droite » *a* détermine si la droite monte (*a*>0) ou descend (*a*>0). Plus |*a*| est grand plus la droite est inclinée,

(ii) $y = f(x) = x - a$





Les élèves devraient constater :

- ✓ réaliser la transformation *x*→(*x*-*a*) revient à déplacer le point d'intersection entre la courbe (droite) et l'axe des abscisses.

Ils peuvent en déduire :

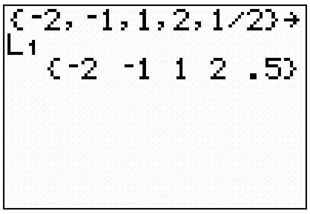
- ✓ l'ordonnée à l'origine *b* donne une droite parallèle à $y = ax$ qui coupe l'axe des ordonnées plus ou moins haut (plus *b* est grand plus ce sera haut).

<u>**Activité 1**</u> : Déduire de ce qui précède et sans utiliser la calculatrice la courbe de la fonction $f(x) = y = -2x + 3$.

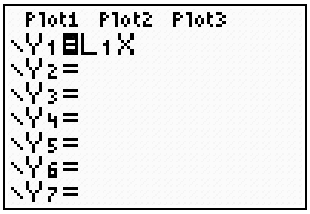
Remarque : Transformation Graphing est une bonne application pour faire manipuler les élèves.
Pour **présenter** rapidement les effets des coefficients, il est intéressant pour le professeur d'utiliser les listes.

[7] On peut entrer directement la valeur au clavier, ou utiliser les touches ◀▶ pour atteindre la valeur précédente ou suivante.

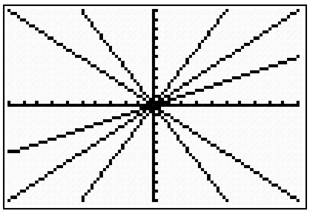
Par exemple, pour $y = ax$, on affiche pour *a*=-2, *a*=-1, *a*=1, *a*=2 et *a*=1/2.

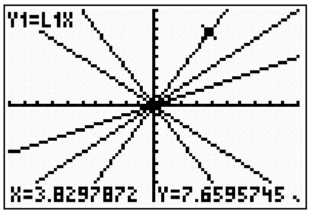


Entrée directe des valeurs dans la liste.

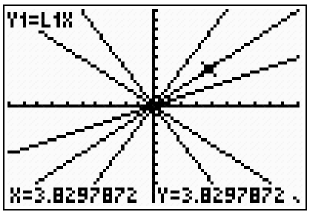


Entrée de la fonction.

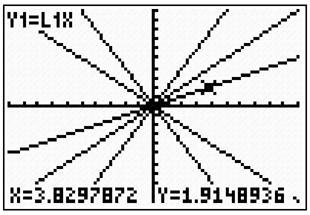

Le résultat.



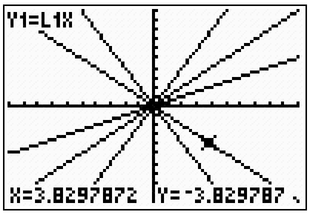
Mode TRACE, pour faire retrouver l'équation de la droite. Y=2*x*.



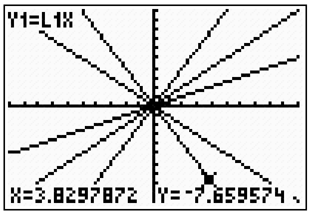
Y= x.



Y= $\frac{1}{2}x$



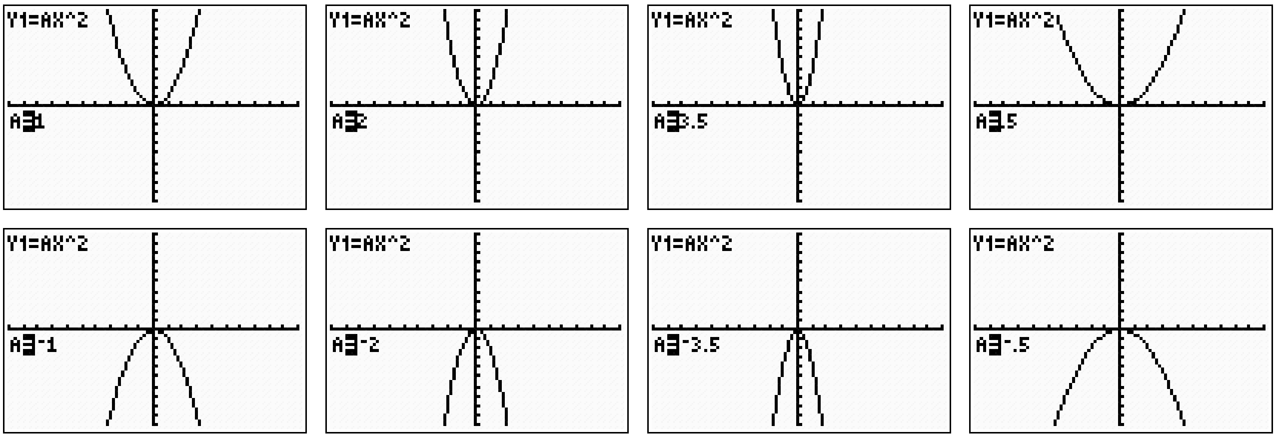
Y= $-x$.



Y= $-2x$.

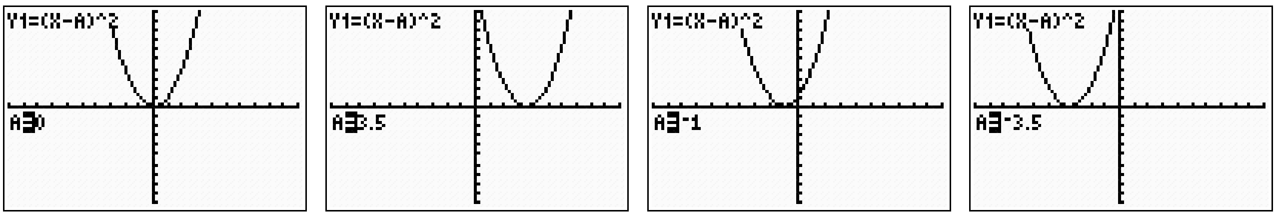
2.5.3 Second degré, fonction carré :

(i) $f(x) = ax^2$ (images non commentées).



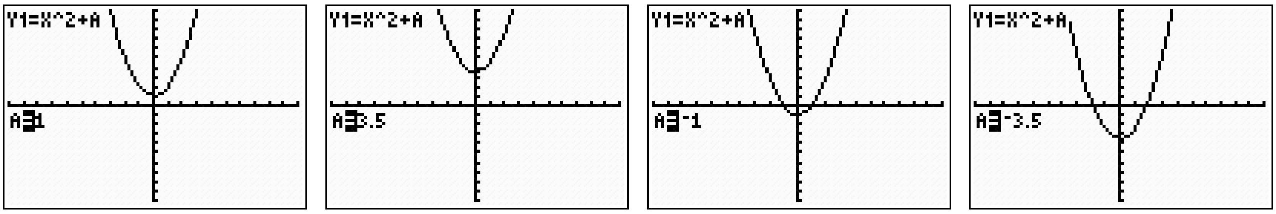
Les élèves devraient constater :
- ✓ le coefficient *a* détermine si la courbe est tournée vers le sens positif (*a*>0) ou négatif (*a*>0),
- ✓ plus |*a*| est grand plus la courbe s'approche vite de l'axe des ordonnées.

(ii) $f(x) = (x-a)^2$ (images non commentées).



Les élèves devraient constater :
- ✓ réaliser la transformation *x*→(*x*-*a*) revient à déplacer horizontalement le sommet de la courbe.

(iii) $f(x) = x^2 + a$ (images non commentées).



Les élèves devraient constater :

- ✓ ajouter *a* revient à déplacer verticalement le sommet de la courbe.

(iiii) $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

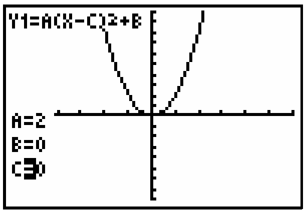
Toute fonction quadratique, $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$, se transforme par factorisation (forme canonique) :

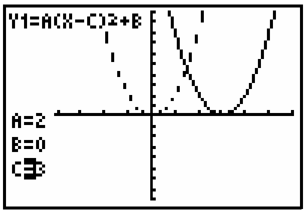
$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c\,.$$

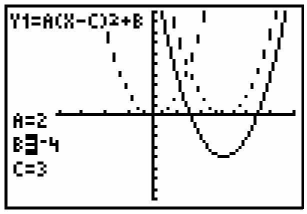
Alors $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$ est le minimum ou le maximum et $x = -\frac{b}{2a}$ l'axe de symétrie.

Par exemple : $f(x) = 2x^2 - 12x + 14 = 2(x^2 - 6x + 7) = 2(x^2 - 2 \cdot 3x + 9 - 2) = 2(x-3)^2 - 4$.

$2x^2$ → $2(x-3)\wedge 2$ → $2(x-3)^2 - 4$



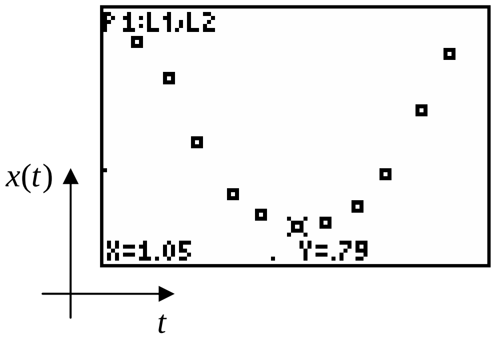




Activité 2

Les données suivantes sont recueillies lors du rebond d'une balle. Déterminer un modèle quadratique $x(t) = a(t-b)^2 + c$. Employer Transformation Graphing pour trouver une valeur de a .

L1 t	L2 $x(t)$
0,67	1,46
0,75	1,33
0,82	1,09
0,9	0,91
0,97	0,83
1,05	0,79
1,12	0,8
1,2	0,86
1,27	0,98
1,35	1,21
1,42	1,42



Activité 3

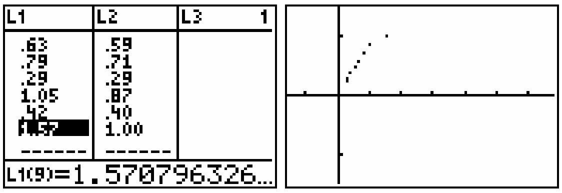
Connaissant la représentation graphique de $f(x) = x^3$ et ce qui précède, tracer la représentation de la fonction $f(x) = -(x-2)^3 + 3$. Contrôler le résultat sur la calculatrice.

2.5.4 Fonctions trigonométriques

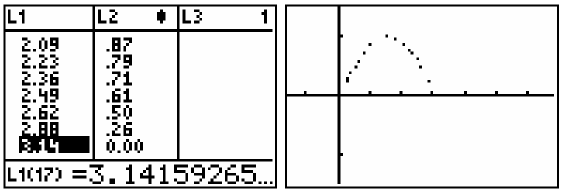
Découvrir la fonction sinus :

Un cercle de rayon unitaire est parcouru par un point *P*. Soit x l'angle $\widehat{OI,OP}$ .Les coordonnées de ce point sont ($\cos(x)$, $\sin(x)$).Tracé de quelques points $(x, \sin(x))$.

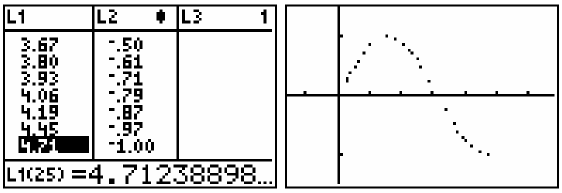
Sur $[0, \frac{\pi}{2}]$



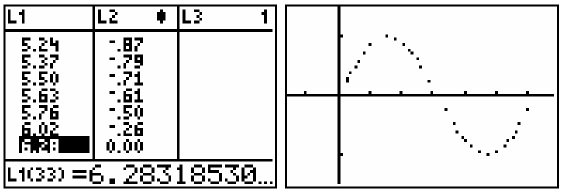
sur $]\frac{\pi}{2}, \pi]$



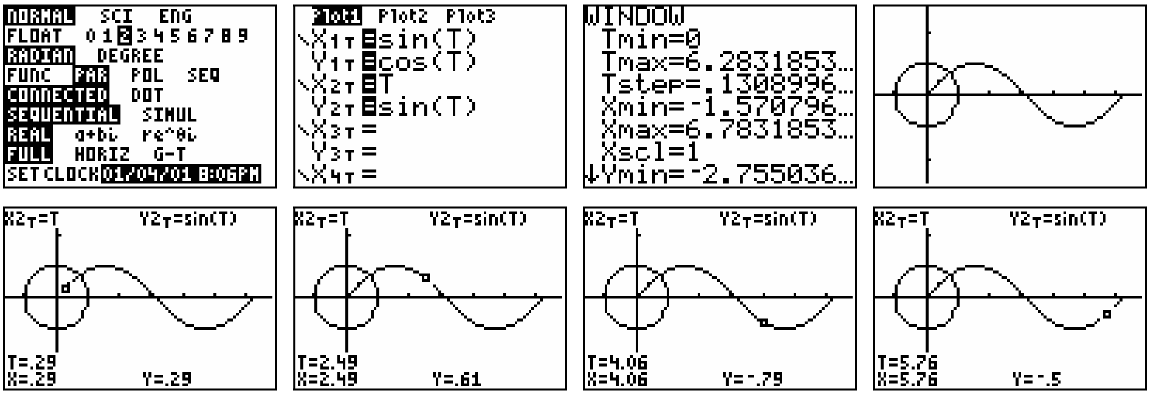
Sur $]\pi, \frac{3\pi}{2}]$



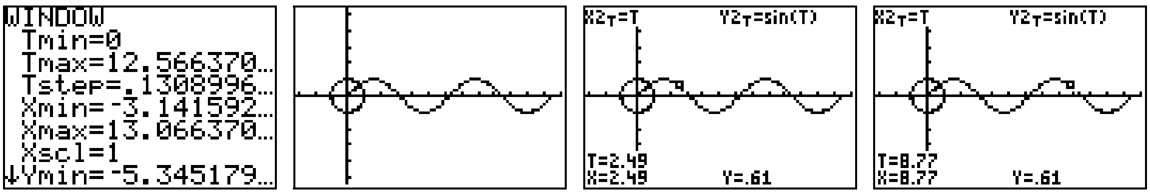
sur $]\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$



Utilisation de fonctions paramétriques :

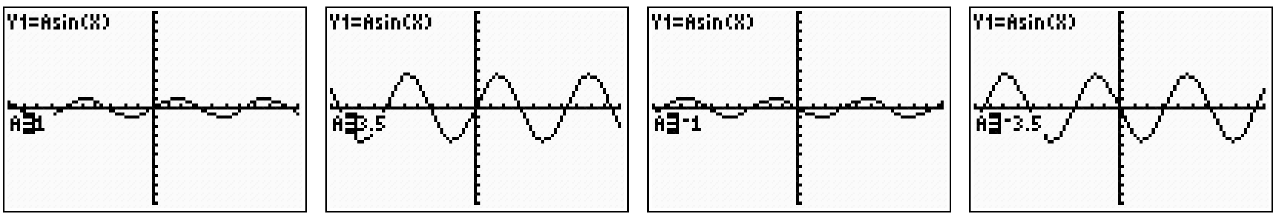


En prolongeant l'intervalle à $[0, 4\pi]$ on remarque $\sin(t) = \sin(t \pm 2\pi)$. La fonction sinus a une période de 2π .



Quelques transformations de base de la fonction sinus. Mettre la calculatrice en mode radian

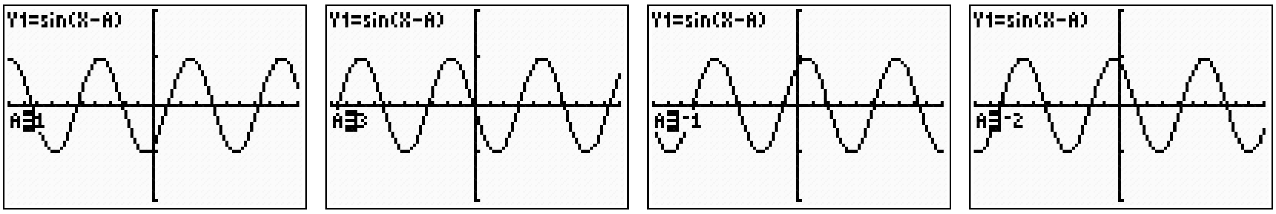
(i) $f(x) = a \sin x$ ..



Les élèves devraient constater :

- ✓ pour *a*>0 l'amplitude de la courbe grandit avec *a*,
- ✓ pour *a*<0 le résultat est identique à la symétrie d'axe (O*x*) près.

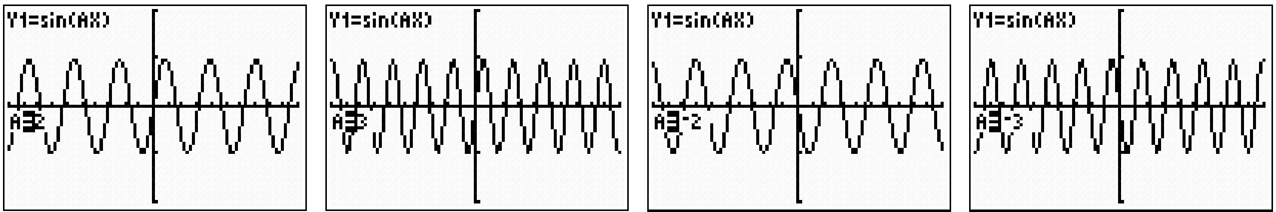
(ii) $f(x)=\sin(x-a)$. Choisir Y_{min}=-2 et Y_{Max}=2 dans la fenêtre d'affichage (et une résolution de 1).

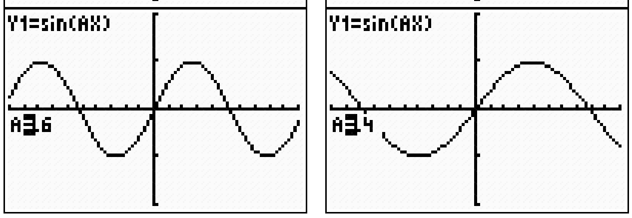


Les élèves devraient constater :

- ✓ pour *a*>0 la courbe est décalée vers la droite. Pour *a*<0 la courbe est décalée vers la gauche.

(iii) $f(x)=\sin(ax)$:





Les élèves devraient constater :

- ✓ pour |*a*|>1 la fréquence (le nombre de fois où la courbe redevint identique à elle même) augmente,
- ✓ pour |*a*|>1 la fréquence diminue,
- ✓ choisir *a*<0 c'est effectuer la symétrie d'axe (O*x*).

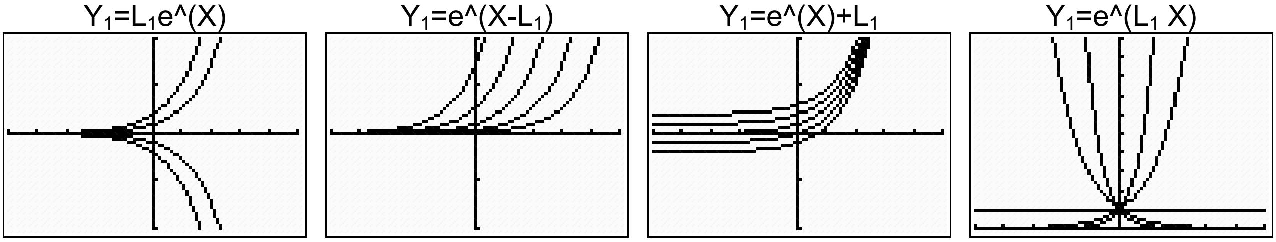
Activité 4 Le pendule

Utiliser Transformation Graphing pour un ajustement graphique des données de l'expérimentation sur le pendule (2.2.4 et 2.2.5)

2.5.5 Fonction exponentielle : $f(x)=e^x$ **:** $f(x)=ae^x$, $f(x)=e^{x-a}$, $f(x)=e^x+a$ et $f(x)=e^{ax}$.

Par l'utilisation des listes, on montrera les effets des coefficients dans l'écriture de la fonction exponentielle.
Ecrire dans l'écran des fonctions graphiques $Y_1=L_1$e^(X), Y_1=e^(X-L_1)…
Dans L_1 on entre les valeurs {-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2}

$Y_1=L_1$e^(X) | Y_1=e^(X-L_1) | Y_1=e^(X)+L_1 | Y_1=e^(L_1 X)



$y=ae^x$ | $y=e^{x-a}$ | $y=e^x+a$ | $y=e^{ax}$

Quelles conclusions en tirer ?

- ✓ multiplier e^x par *a*>0 c'est obtenir une courbe plus resserrée (*a*>1) ou plus élargie (0<*a*<1). Multiplier par a<0 donne les mêmes résultats par symétrie d'axe (O*x*),

- ✓ réaliser la transformation $x \to (x-a)$ revient à décaler horizontalement la courbe,
- ✓ ajouter a à e^x revient à décaler verticalement la courbe,
- ✓ multiplier x par $a>0$ dans e^x c'est obtenir une courbe plus resserrée ($a>1$) ou plus élargie ($0<a<1$). Multiplier par $a<0$ donne les mêmes résultats par symétrie d'axe (Oy),

Activité 5 : La tour Eiffel

L'exercice proposé est réalisé avec les élèves. Ils ont besoin d'une règle graduée, de leur calculatrice, d'une feuille de papier calque millimétré, crayon, gomme d'une photo de la tour comme l'image ci-contre agrandie sortie sur imprimante à la taille désirée : 300 mètres entre le sol au centre de la tour et le plancher de la terrasse supérieure un peu en dessous de la base de l'antenne télé, donnent 15 cm pour cette longueur, d'où une bonne échelle. La hauteur au plancher du dernier étage est de 280 mètres pour une largeur de 10 mètres environ.

Quelques remarques :

- les calculs de résistance aux contraintes (vent, force d'appuis au sol, …) de M. Gustave EIFFEL l'ont conduit à choisir une enveloppe de type exponentiel pour la tour devenue un véritable symbole,
- on prend comme coordonnées du pied gauche de la tour (0 ; 0). Comme cette valeur n'est pas possible sachant que nous voulons trouver une courbe ressemblant autant que faire se peut à celle d'une fonction exponentielle, les mesures seront commencées à partir d'un point décalé (5 ; 10),
- la base de la tour sera considérée comme un carré de 115 m de côté… environ,
- le texte original (complet, avec la photo à l'échelle !) http://perso.orange.fr/serge-etienne/

M. Eiffel a construit cette tour sur le modèle exponentiel, c'est un fait. Lors de la modélisation des données certaines coordonnées peuvent ne pas convenir. Deux attitudes seront prises, soit supprimer le point gênant aux calculs, soit, utiliser un point approché (à l'échelle choisie, un trait de crayon c'est au moins 1/10 de mm qui se traduit par 0,2 mètre réel).

« UN » relevé à intervalles (presque) constants sur les abscisses (côté gauche) :

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	54
y	10	22	29	37	48	62	80	104	135	175	280

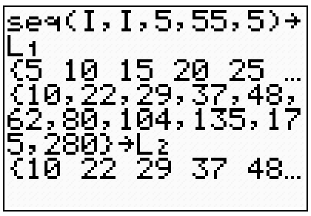
a. Vers la fonction exponentielle (de base a) :

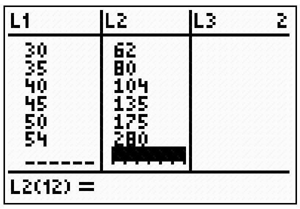
Choix d'un modèle de régression :

Remplir les listes :

Entrée directe des abscisses dans la liste L_1, presque régulière (ne pas oublier de changer 55 en 54) et des ordonnées dans la liste L_2.

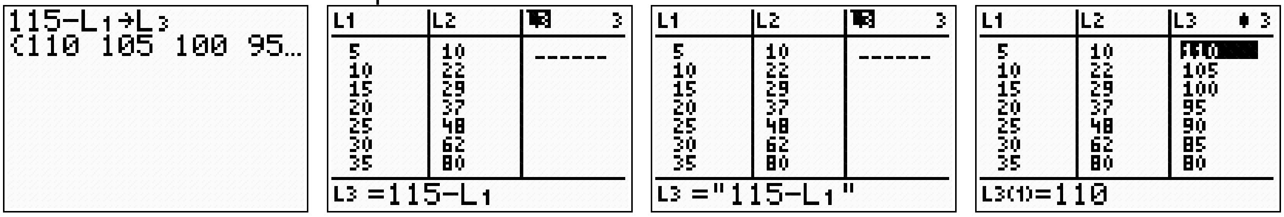
Sinon, ouvrir l'éditeur statistiques, entrer les valeurs dans L_1, puis L_2.





Remarque : il est alors facile d'obtenir le côté droit de la tour. Ce qui permettra d'obtenir les deux côtés, nettement plus parlant qu'un seul. A cinq mètres de haut, la largeur de la tour est de 110 mètres (et à la base, sans compter les bourrelets des fondations, 115 mètres environ). Il suffit d'effectuer une réflexion ou symétrie axiale par rapport à la droite x=57,5.

Par entrée directe — Ou par l'éditeur de données



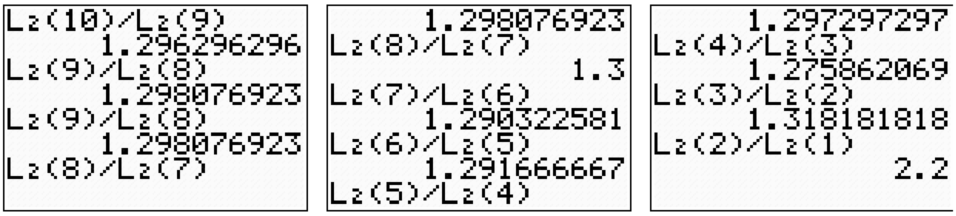
(*) sans lien dynamique. (*) avec lien dynamique. Le résultat.

(*****) **Remarque :** lien dynamique ou non ?

Quand on écrit la formule entre guillemets "115- L_1" les cellules de L_3 sont liées à celles de L_1, ce qui veut dire que si on change un nombre dans L_1, son image dans L_3 <u>est</u> recalculée. Par contre si la formule est écrite sans guillemets, elle n'est que temporaire, si on change un nombre dans L_1, son image dans L_3 <u>n'est pas</u> recalculée.

Suites géomètriques :

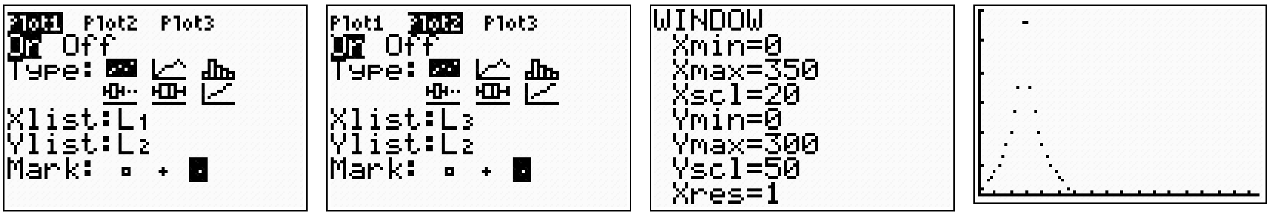
Les rapports des ordonnées consécutives (enlever 280 dont l'abscisse n'est pas en accroissement constant) sont « presque » égaux.



Pourquoi « presque » égaux ?

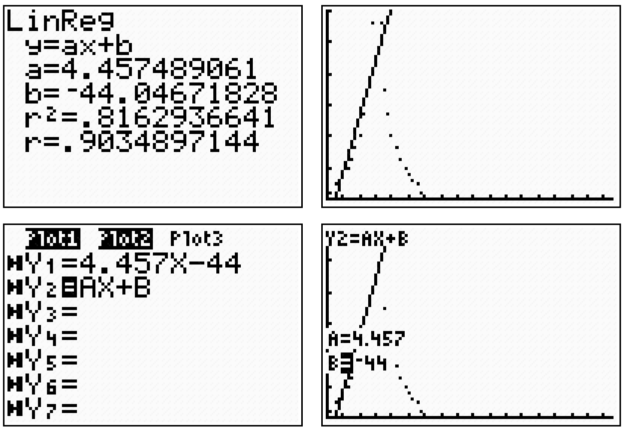
C'est de l'expérimental ! et parce que les relevés sont approximatifs… mais pas seulement. Si l'impression globale est une courbe exponentielle, notre œil nous trompe. En effet, la courbe est constituée de segments de droites par panneau entre les étages. Ce qui se remarque fortement pour le bas (de 0 à 50 mètres, plancher du premier étage).

Représentation graphique :



Il ne reste plus qu'à ajuster chacun des deux nuages… et en regarder l'effet.

b. Quelques ajustements essayés :



Modèle linéaire (pour le côté gauche) $y = ax + b$. Le coefficient de corrélation est correct[8].

On prendra $Y_1 = 4,457x - 44$. On se propose de trouver avec l'application Transform Graphing « une » droite d'ajustement du côté droit.

Commencer en prenant pour A[9] et B les valeurs déterminées pour Y_1.

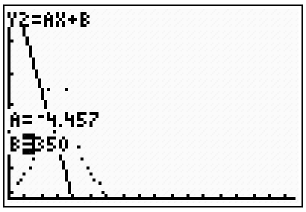
La fonction est décroissante, la droite descend, donc son coefficient directeur A est négatif.

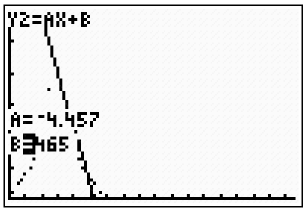
B doit être positif supérieur à 350 car la droite d'ajustement coupera l'axe des abscisses plus

[8] Si le coefficient de corrélation n'est pas affiché, dans CATALOG choisir DiagnosticOn.

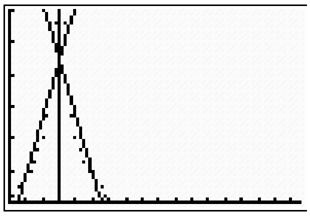
[9] L'utilisation des paramètres des formules de fonctions dans Transformation Graphing se fait OBLIGATOIREMENT dans l'ordre alphabétique.

haut que ce qui est affiché dans la fenêtre de l'écran.
Rapidement on doit trouver A=-a=-4,457. Pour B, après essais on trouve entre 450, trop petit et 470 qui est trop grand.
On acceptera donc toute valeur entre 465 et 469.





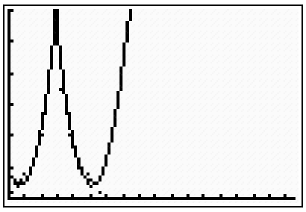
Avec un peu de Mathématique :
Rapidement : la droite $Y_2 = a_2 x + b_2$ est symétrique de la droite $Y_1 = a_1 x + b_1$ par rapport à la droite x=57,5. Les deux pentes (coefficients directeurs) sont opposées donc $a_2 = -a_1$.
De plus, $Y_2(57,5)=Y_1(57,5)$ donc $4,457 \times 57,5 - 44 = -4,457 \times 57,5 + b_2$.
D'où $b_2 \approx 468$.



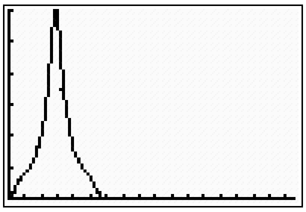
Plus théorique : la réflexion d'axe x=57,5 transforme le point M_1 (x_1 ; y_1) en M_2 (x_2 ; y_2) avec $x_2=115- x_1$ (donc $x_1=115- x_2$) et $y_2=y_1$.
On remplace x_1 par sa valeur dans $y_2= y_1$: $y_2=a_1\ (115- x_2)+b_1=-115\ x_2+(115\ a_1+ b_1)$ soit à quelques approximations près $y_2=-4,457x+468$ en remplaçant les paramètres par leurs valeurs.

Autres ajustements essayés :

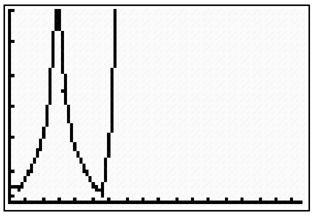
Trois ajustements sont proposés. Il est possible de les essayer tous…



modèle quadratique
$ax^2 + bx + c$

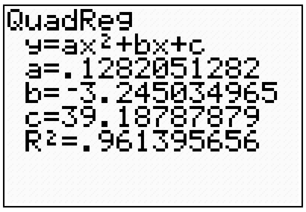


modèle cubique
$ax^3 + bx^2 + cx + d$



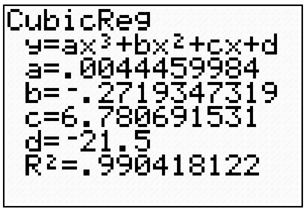
modèle degré quatre
$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Seuls les résultats « côté gauche » sont reproduits.



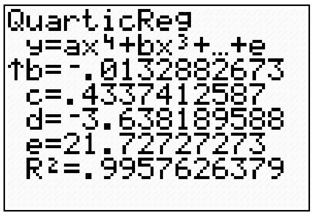
```
QuadReg
 y=ax²+bx+c
 a=.1282051282
 b=-3.245034965
 c=39.18787879
 R²=.961395656
```

Bon coefficient de corrélation.



```
CubicReg
 y=ax³+bx²+cx+d
 a=.0044459984
 b=-.2719347319
 c=6.780691531
 d=-21.5
 R²=.990418122
```

Très bon coefficient de corrélation.



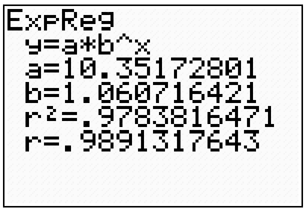
```
QuarticReg
 y=ax⁴+bx³+…+e
↑b=-.0132882673
 c=.4337412587
 d=-3.638189588
 e=21.72727273
 R²=.9957626379
```

Très bon coefficient de corrélation.

COX, disait « tous les modèles sont faux, certains peuvent rendre service ». Plusieurs modèles pourraient en effet convenir… On sait que le modèle choisi par M. Gustave EIFFEL est exponentiel.

c. Choisir un modèle d'ajustement (ici, régression exponentielle) :

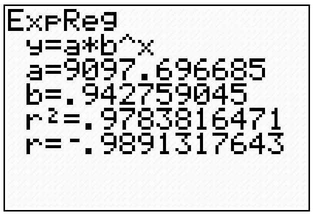
```
ExpReg L1,L2,Y1
```



```
ExpReg
 y=a*b^x
 a=10.35172801
 b=1.060716421
 r²=.9783816471
 r=.9891317643
```

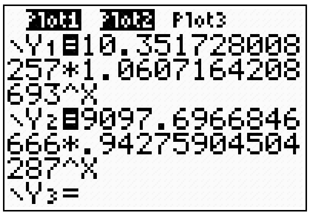
Modèle exponentiel sur L_1 et L_2. Le coefficient de corrélation est très bon.

```
ExpReg L3,L2,Y2
```

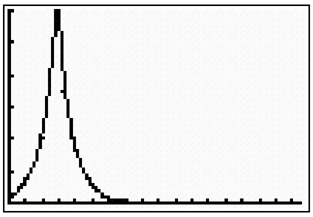


```
ExpReg
 y=a*b^x
 a=9097.696685
 b=.942759045
 r²=.9783816471
 r=-.9891317643
```

Modèle exponentiel sur L_3 et L_2. Le coefficient de corrélation est identique.



Afficher $\boxed{\text{Plot1}}$, $\boxed{\text{Plot2}}$ ainsi que les fonctions déterminées par les ajustements.



Remarque : en réalité la partie basse (50 m) est constituée d'un seul segment de droite…

Remarques :

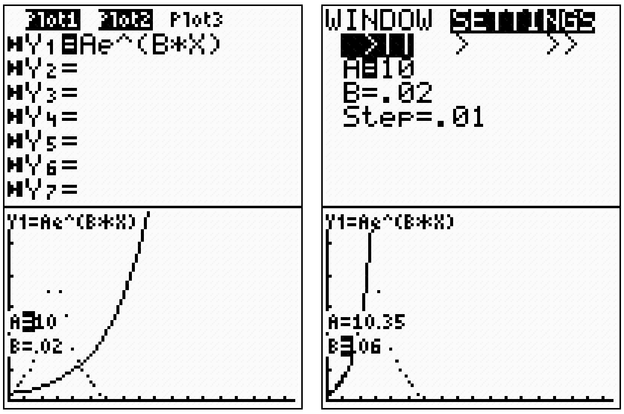
- pourquoi choisir une régression exponentielle ? **nous** en avons l'habitude, notre œil est formé. Pour des élèves, il leur faut constater que « si ça monte de plus en plus (ou descend de moins en moins) c'est probablement une exponentielle » et, cas fréquent en chimie, « si ça monte de moins en moins il faut penser aux logarithmes »,
- ATTENTION… la précision affichée par la calculatrice joue très fortement sur les résultats obtenus. Ce n'est pas important pour certains calculs. Par contre, lors de régressions, fixer l'affichage à une ou deux décimales par exemple donne de curieux résultats.

Relier l'exponentielle et les fonctions puissances :

On trouve que sur l'intervalle [0 ; 300] la fonction $10,35 \times 1,06^x$ permet un bon ajustement de la série étudiée (coté gauche). Cette fonction s'écrit aussi sous la forme Ae^{Bx}. Utiliser l'application Transform Graphing pour déterminer les paramètres A et B.

Conserver l'affichage des séries statistiques.
Entrer la fonction en Y_1.
Régler les paramètres (touches $\boxed{\text{WINDOW}}\boxed{\blacktriangle}$) : démarrer avec A=10, B=0,02. Choisir un pas de 0,01.

Augmenter A ne fait que remonter l'origine de la courbe.
Augmenter B rend cette courbe de plus en plus verticale.



Retrouver ce résultat :

- ✓ d'après la relation $a \times b^x = a \times e^{x \ln b}$,
- ✓ on peut chercher à résoudre un système sachant que l'exponentielle devrait passer par les points (25 ; 48) et (54 ; 280). On écrira $\begin{cases} 48 = a \times e^{25b} \\ 280 = a \times e^{54b} \end{cases}$. Alors $b \approx 0,06$ et $a \approx 10,49$.

d. Un peu de décoration ?

- ✓ On tient compte du fait que la première partie (de 0 à 50 m) est rectiligne. Ne pas tenir compte de l'ajustement affine trouvé pour TOUTE la série. On cherchera un ajustement affine pour les deux séries suivantes :

x	5	10	15	20	25
y	10	22	29	37	48

x	110	105	100	95	90
y	10	22	29	37	48

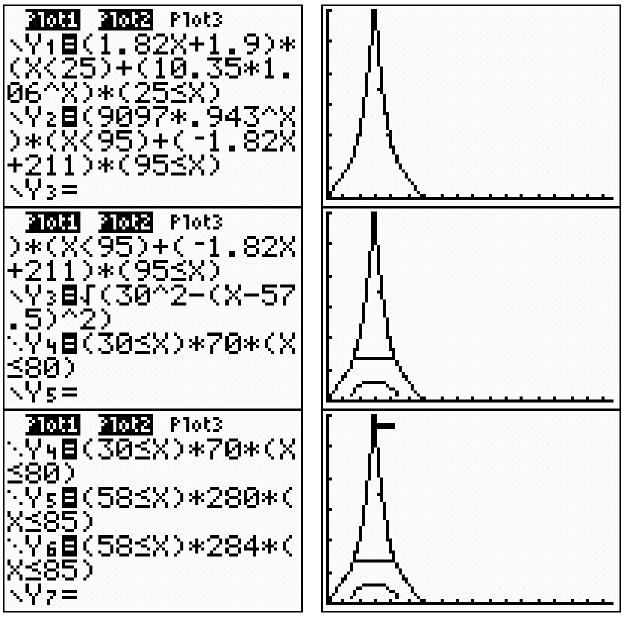
On trouvera : $y_1 = 1,82x + 1,9$ et $y_2 = -1,82x + 211$.

- ✓ Affichage de fonctions définies par morceaux :

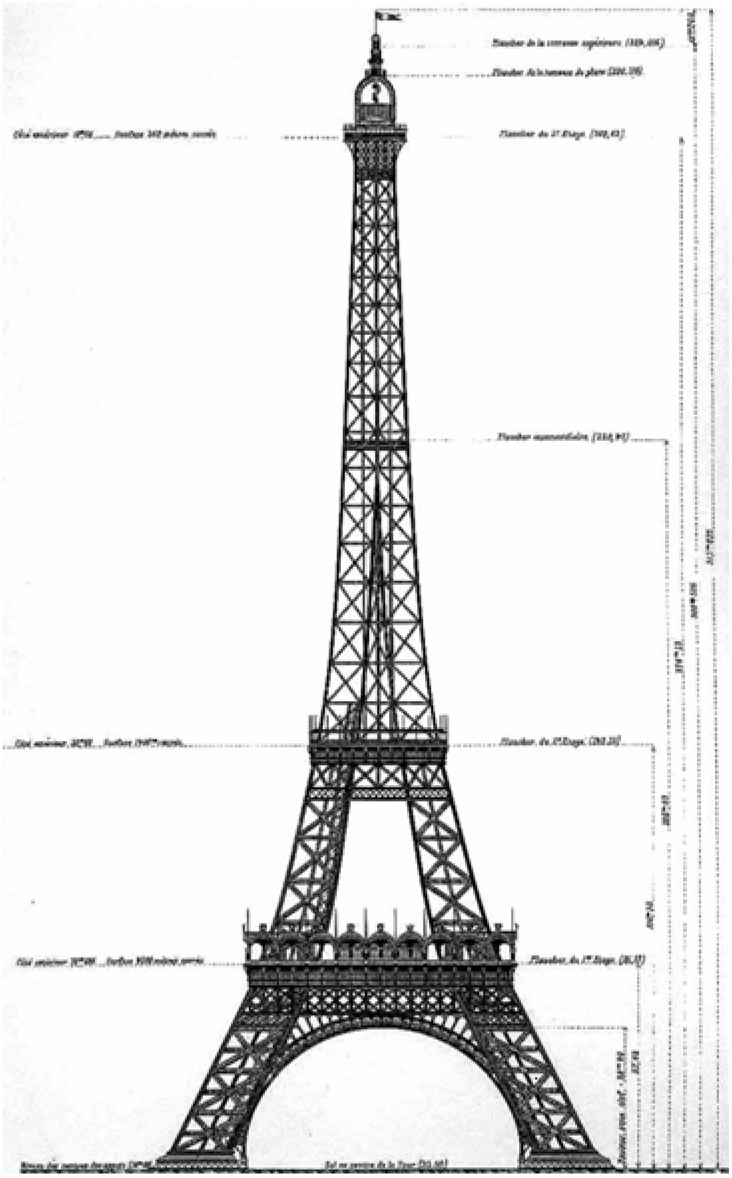
La courbe gauche (ou droite) est constituée de deux parties, un segment de droite puis une courbe exponentielle. La calculatrice permet cet affichage.
On peut arrondir les valeurs trouvées pour les ajustements.
En Y_3 le ½ cercle inférieur,
en Y_4 (*) le plancher du premier étage.

(*) Remarquer le choix du style de tracé : devant Y_4 style « points non reliés ».

Ajouter un petit drapeau…
Remarquer le choix du style de tracé pour Y_5 et Y_6.

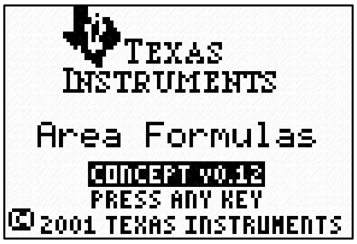


<u>UNE IMAGE PAR GUSTAVE EIFFEL</u> (extrait autorisé du livre « La tour des trois cent mètres)



III. VUE D’ENSEMBLE DES APPLICATIONS

3.1 Area Formulas



CATEGORIE :
Référence, essai, pratique

DESCRIPTION :
Area Formulas passe en revue les définitions et les formules d’aire pour le rectangle, le carré, le parallélogramme, le triangle, le trapèze et le cercle.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Area Formulas explique le développement des formules graphiquement en employant des animations et donne plusieurs exemples du calcul d’aire pour chaque forme. Il inclut un jeu de choix multiples de 15 questions fournissant la pratique à appliquer les formules

---

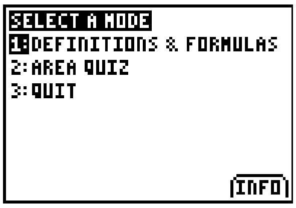
L’application Area Formulas se compose de deux parties :

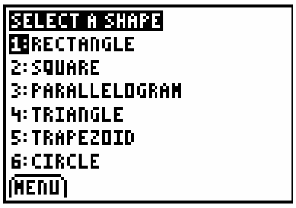
- Definitions and formulas – reference,
- Area quiz – essais.

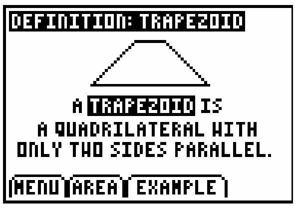
a. Vue des définitions, formules et exemples

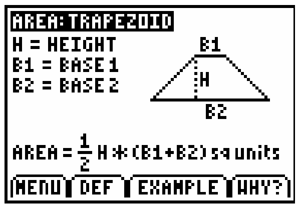
Pour afficher des informations sur des formes, choisir `DEFINITIONS & FORMULAS` à partir du menu `SELECT A MODE`. Choisir `SELECT A SHAPE` (choisir une forme).

Si on choisit `5: TRAPEZOID` par exemple, on obtient des informations sur le trapèze. Utiliser les touches de fonction ([F1], …, [F5]) pour retourner au menu ou choisir `AREA` or `EXAMPLE`.

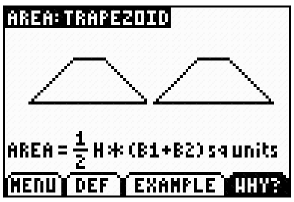


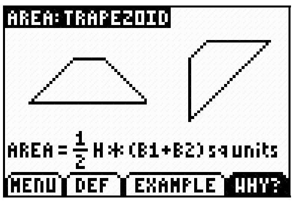


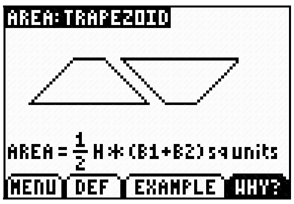


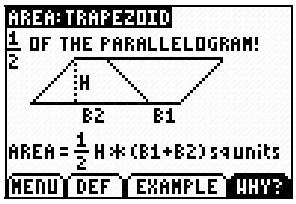


Etiquette `WHY?` l'option montre une explication de la formule de l’aire.



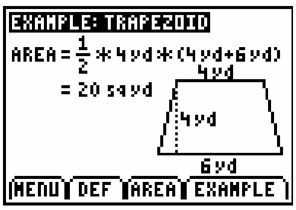


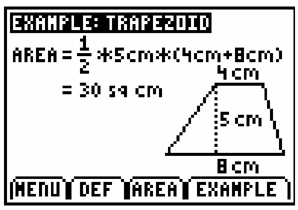




Choisir `EXAMPLE` pour afficher un calcul d’aire de la forme choisie.

Choisir `EXAMPLE` une seconde fois pour obtenir un exemple différent pour la même aire.

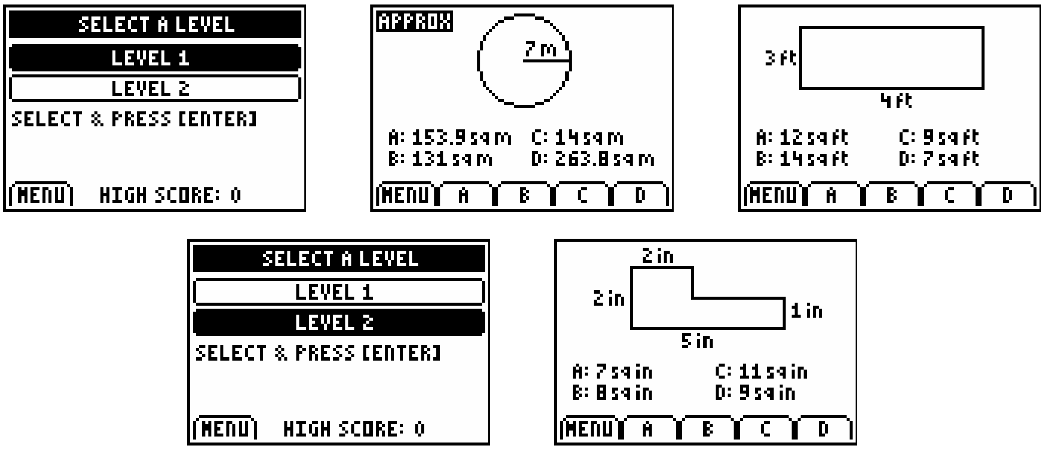




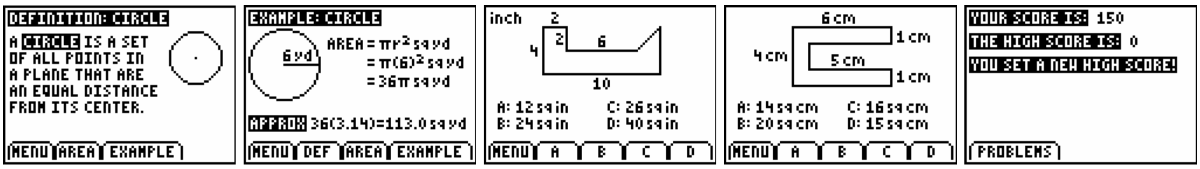
b. Le quiz, un plus ludique

Le quiz de Area Formulas comporte deux niveaux. Le premier évalue la capacité de l'élève à calculer l'aire des formes de base. Le niveau deux est un peu plus attrayant, évaluant la capacité de calculer l'aire d'objets de forme irrégulière.

Calculer (papier crayon !) l'aire puis choisir la lettre qui correspond à la réponse. Elle sera vérifiée et le problème suivant apparaît.



Chaque quiz contient 15 exercices. Chaque réponse correcte rapporte 12 points en niveau un et 25 en niveau deux. Les mauvaises réponses sont notées 0 dans les deux niveaux.



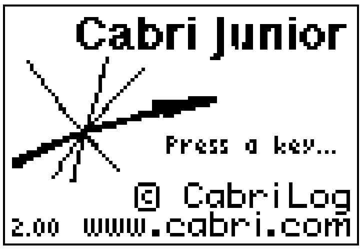
POINT DE VUE

Les élèves aiment traiter le jeu de questions à choix multiples qui leur permet une bonne pratique. Il y a deux niveaux du jeu, les meilleurs scores sont sauvegardés. C'est attirant pour les élèves.

L'application peut être employée pour passer en revue les définitions et les formules des différentes aires. Le développement, la construction des formules d'aires, est montré par animation. Cette visualisation est importante et intéressante pour les élèves.

A la fin du quiz le score de l'utilisateur et le meilleur score sont affichés. C'est une incitation à refaire mieux.

3.2 Cabri® Junior



CATEGORIE :
Outil.

DESCRIPTION :
Cette application permet la construction de figures géométriques analytiques, dynamiques, des transformations. Il est possible d'importer et exporter des figures depuis et vers les TI-83/84 plus et les PC en utilisant Cabri Géomètre™ II Plus.

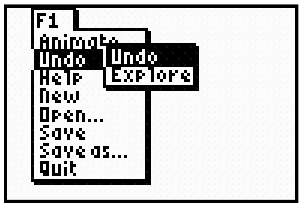
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Cabri Junior permet d'explorer les concepts géométriques qu'il est difficile d'exprimer sur le papier. On peut construire des objets géométriques et dynamiquement en explorer les propriétés, les mesures et l'effet de transformations géométriques.

Avec Cabri Junior, la version de Cabri pour TI-83/84 Plus il est possible de :
- dessiner des points, des droites, segments, cercles, triangles, ou quadrilatères,
- construire des perpendiculaires, droite parallèles, perpendiculaires, bissectrices et lieux,
- effectuer des transformations comme les translations, réflexions, rotations homothéties,
- calculer des longueurs, périmètres, aires et les valeurs d'angle,
- d'obtenir l'équation d'une droite ou d'un cercle.

Toutes les commandes pour faire cela sont prévues dans les menus et peuvent être activées par les touches de fonction [F1] à [F5]. Il n'est pas nécessaire de ré appuyer sur la touche [ALPHA]. Un menu reste actif jusqu'à ce qu'un autre soit choisi ou annulé par [CLEAR].

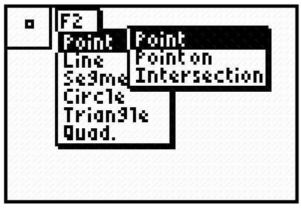
Pour naviguer dans les menus, utiliser les touches ▲▼. Lorsqu'un menu est actif, utiliser ◄► pour s'y déplacer. Utiliser ► pour ouvrir un sous-menu. Pour choisir une commande, se positionner dessus puis [ENTER]. Parfois on peut le sélectionner par les touches numériques.

F1: Tools



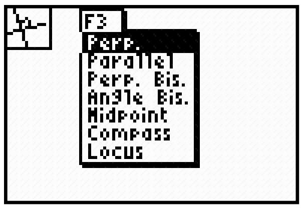
Avec ce menu vous pouvez créer, ouvrir et sauvegarder les fichiers Cabri Junior. **Undo** supprime le dernier objet créé, **Explore** permet de suivre pas à pas la construction. **Animate** permet d'animer une figure.

F2: Figures



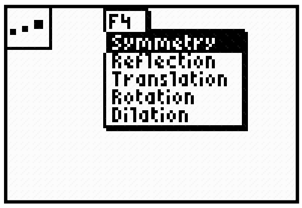
Le tracé des droites, segments ou cercles est basé sur deux points. Pour un cercle cela correspond au centre et l'extrémité du rayon. Pour commencer à tracer mettre le curseur à l'endroit désiré et appuyer [ENTER] pour définir le premier point. Déplacer alors le curseur pour terminer la figure par [ENTER].

F3: Constructions



Cabri Junior montre les objets qui seront construits avant qu'ils soient insérés dans la figure par [ENTER]. Les commandes **Midpoint** (milieu) et **Perp. Bis** (médiatrice) s'emploient avec deux points ou un segment. **Compass** crée un cercle avec un rayon égal à la distance entre deux points ou la longueur d'un segment.

F4: Transformations



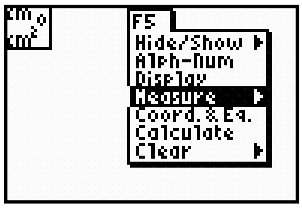
[Symmetry] effectue une symétrie par rapport à un point. [Reflection] effectue une symétrie par rapport à une droite ou segment.

[Translation] s'appuie sur un segment, la direction est définie par l'indication du point de départ et d'extrémité du segment.

[Rotation] et [Dilation] se définissent par un point et un nombre ([F5]).

Pour effectuer une transformation, commencer par sélectionner l'objet à transformer.

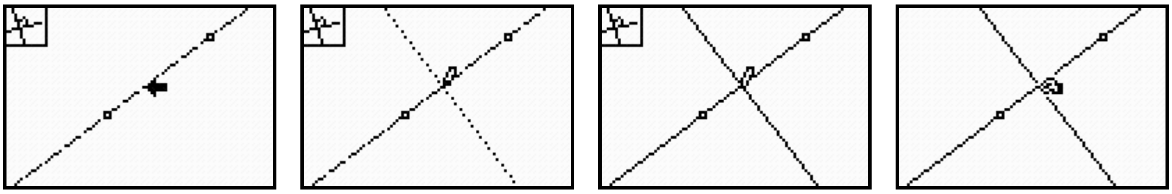
F5: Measure & Display



Ce menu permet :

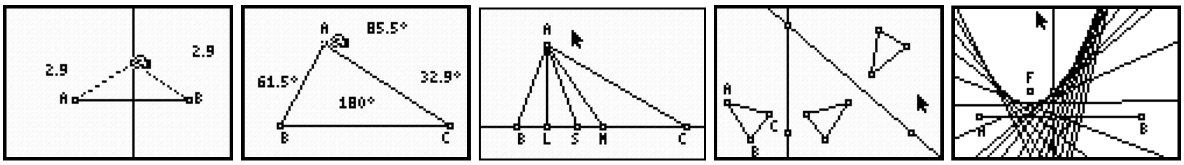
- afficher ou cacher les objets [Hide/Show],
- écrire des commentaires ou des nombres [Alph-Num],
- changer le format des objets [Display],
- mesurer des distances, longueurs, aires, angles et pentes,
- d'afficher des coordonnées ou équations de droites ou cercles,
- effectuer des calculs à partir des nombres sur l'écran, [Calculate]
- supprimer des objets [Clear].

Pendant le tracé des figures et leur construction, il est utile d'observer la forme du curseur. Les messages qui apparaissent dans la version ordinateur de Cabri sont cachés lors de l'affichage du curseur. Chaque commande a sa propre icône, visible en haut à gauche de l'écran. Quand le curseur est activité, aucune icône n'est affichée.



Pour finir, quelques fonctionnalités particulières :

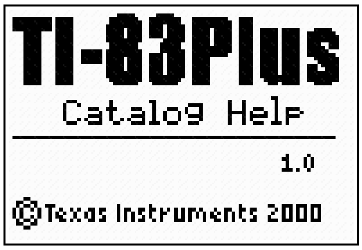
[CLEAR]	Quitter un menu ou activer le curseur. 3 x [CLEAR] = tout supprimer de l'écran.
[DEL]	Effacer les objets. Si [DEL] ne marche pas utiliser [F5]:[CLEAR].
[2nd]	Bascule d'un choix vers l'autre dans les fenêtres. En version 2.0 on peut utiliser les touches [◄][►].
[ALPHA]	Prendre et déposer, le curseur doit être actif.
[2nd][QUIT]	Quitter Cabri Junior et retourner à l'écran d'accueil.



POINT DE VUE :

Bien que Cabri® Junior ait moins de fonctionnalités que la version ordinateur c'est un outil intéressant pour laisser les élèves découvrir des propriétés géométriques dans la classe. Le professeur peut afficher les figures de base depuis son ordinateur (Cabri Géomètre II Plus) pour commencer une activité, les élèves utilisant une TI-83/84 Plus.

3.3 Catalog Help



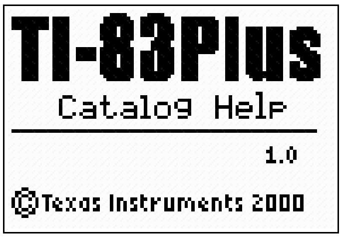
CATEGORIE :
Aide, Référence

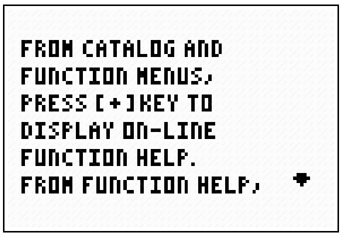
DESCRIPTION :
Catalog Help est une référence pour toutes les commandes et les fonctions disponibles par le menu catalog et les menus des fonctions.

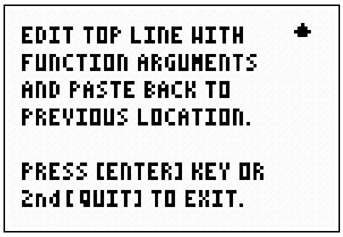
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Bien que Catalog Help soit principalement un outil de référence, il peut s'utiliser pour faire explorer à des élèves la signification de certaines commandes et fonctions. Une autre possibilité didactique intéressante est de faire explorer à des élèves quels arguments sont nécessaires pour certaines fonctions et commandes. Des élèves peuvent être invités à prévoir les arguments et à vérifier leurs prévisions avec l'application.

Catalog Help peut s'utiliser :

- Depuis le catalogue ou des menus de fonction, la touche [+] ouvre l'aide sur la fonction ou la commande. L'aide n'est pas disponible sur toutes les fonctions ou commandes.
- Les touches permettent de développer l'aide ou de revenir consulter le texte qui précède.



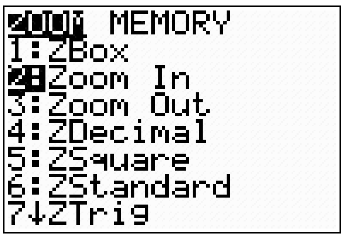


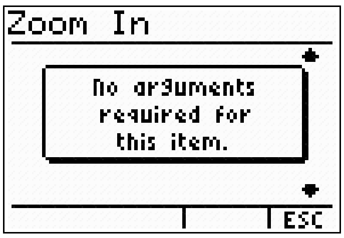


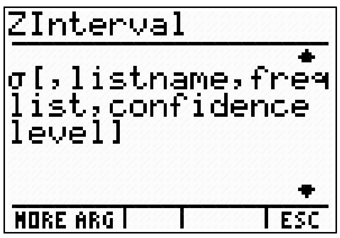
Exemple 1 :

Recherche d'information sur un menu. Dans l'écran [ZOOM] descendre sur le choix 2. Touche [+] pour connaître les arguments à entrer (il n'y en a pas).

Appuyer [2nd][CATALOG] pour rechercher avec les touches [▲][▼] l'aide sur cette commande. Pour aller plus rapidement appuyer [Z]. La première fonction par ordre alphabétique est ZInterval. Descendre pour aller sur `ZBox` et appuyer sur [+].



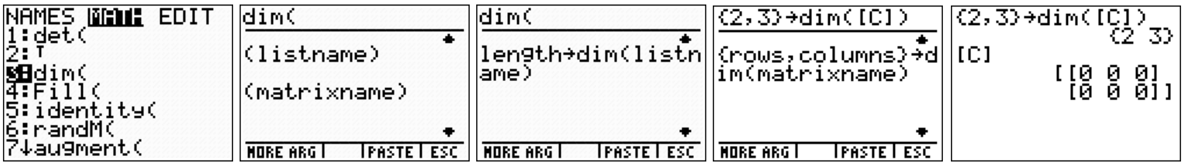




Exemple 2 :

Dans l’écran « matrices » ([2nd][MATRX]) on peut obtenir une information sur les arguments et paramètres de la commande [dim].

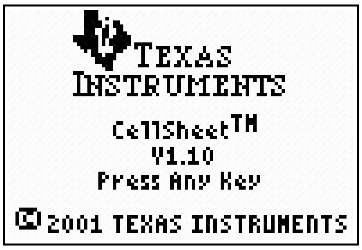
- Choisir [MORE ARG] pour les options possibles.
- On peut alors éditer les arguments de cette fonction sur la ligne supérieure de l’écran puis par [ENTER], l’utiliser dans l’écran principal.



POINT DE VUE :

Cette application est très utile pour un rappel rapide de ce que sont les diverses commandes et fonctions ainsi que les arguments et syntaxes nécessaires. On peut encourager les élèves à étudier diverses fonctions en explorant la syntaxe des arguments.

3.4 CellSheet™



CATEGORIE :
OUTIL.

DESCRIPTION :
CellSheet est un véritable tableur pour TI-83/84 Plus. CellSheet est utilisable dans de nombreuses situations mathématiques, de sciences économiques, ou de la vie courante.

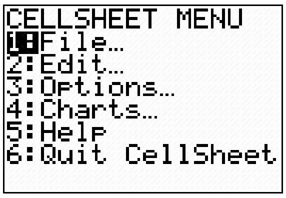
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
CellSheet s'utilise comme un tableur avec des données pouvant provenir de l'expérimentation, car de nombreux capteurs peuvent se connecter aux TI-83/84 Plus .

Dans une cellule on peut écrire :

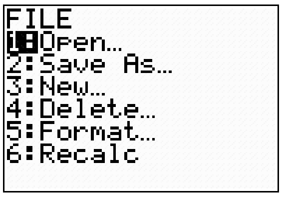
- des entiers,
- des réels,
- des formules
- des variables
- du texte
- des fonctions

Chaque feuille de calcul contient 999 rangées et 26 colonnes. La quantité de données que l'on peut saisir n'est limitée que par la RAM disponible sur la TI-83/84 Plus. Les écrans ci-dessous montrent une brève vue d'ensemble des possibilités de CellSheet.

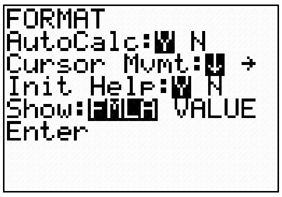
.



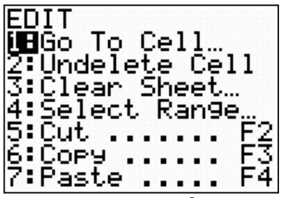
MENUPRINCIPAL



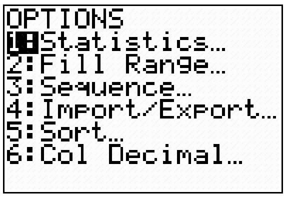
MENU FICHIERS



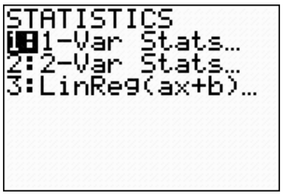
LES FORMATS



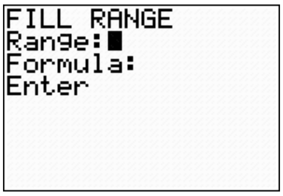
LES COMMANDES D'EDITION



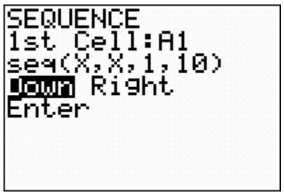
MENU OPTIONS



STATISTIQUES

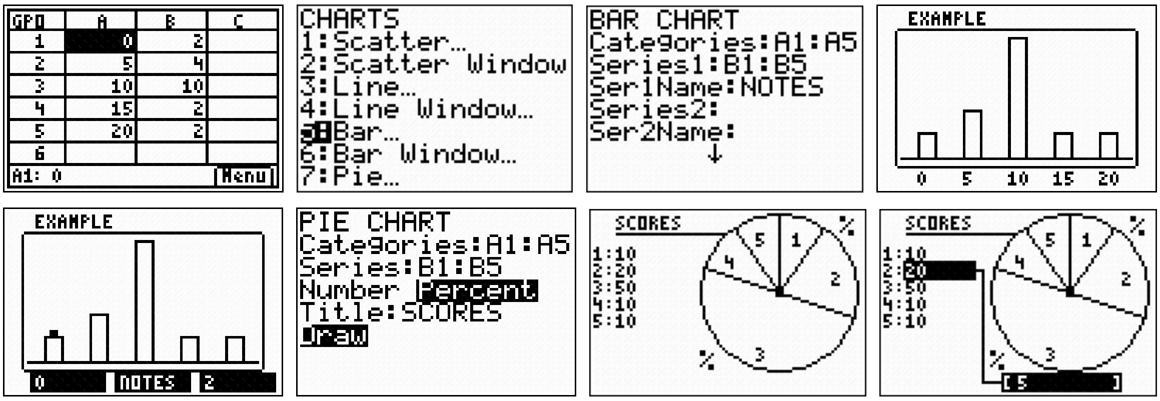


RANGEES



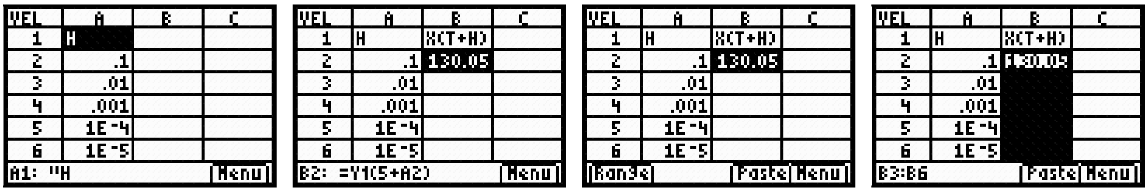
SUITES

Exemple 1 :
En colonne A se trouvent le nombre de points que l'on peut obtenir pendant un jeu. La colonne B représente le nombre sortie d'un numéro. On affiche un diagramme barre et un graphique circulaire.



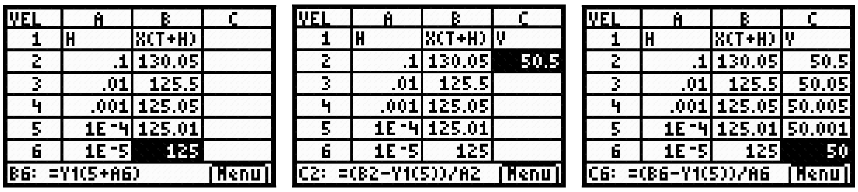
Exemple 2 :

D'abord nous définissons la fonction `Y1 = 5X`^{2}.
La fonction $x(t)=5t^2$ décrit un objet en chute libre. On approche sa vitesse instantanée $v(t)=\dfrac{dx(t)}{dt}$ par sa vitesse moyenne $v_{av}=\dfrac{x(t+h)-x(t)}{h}$ a $t=5$.
Commencer par définir la fonction `Y1 = 5X`^{2} (dans l'éditeur de fonctions [Y=]).



Sélectionner B2 et Copy (F3)

Sélectionner B3 puis Range B3:B6 (F1+▾)



Coller (F4)

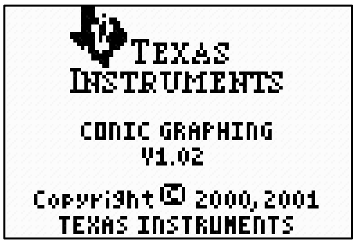
Copier la formule de C2 sur la rangée C3:C6

POINT DE VUE :

CellSheet est un tableur simple sur calculatrice graphique. En raison du petit écran et de la manière parfois longue d'entrer des informations ce n'est pas toujours facile à utiliser.

Pour de petits calculs ou lors de l'utilisation de données recueillies par expérimentation dans la salle de classe c'est très intéressant. Il est possible de transférer des données depuis un tableur sur ordinateur vers la calculatrice et vice versa.

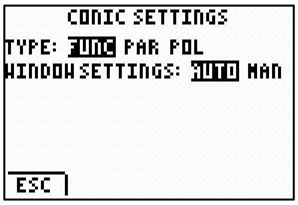
3.5 Conic Graphing



CATEGORIE :
Référence.

DESCRIPTION :
Conic Graphing peut être employé pour représenter graphiquement les quatre sections coniques de base. Les équations de ces coniques peuvent être sous formes paramétriques ou polaires. Conic Graphing ne permet pas de traiter les cas de sections coniques dégénérées.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Cette application permet de représenter graphiquement des cercles, des ellipses, des hyperboles, des paraboles et d'en déterminer les caractéristiques coniques. On peut rechercher les relations entre les équations, les paramètres, les graphiques et découvrir des caractéristiques des sections.

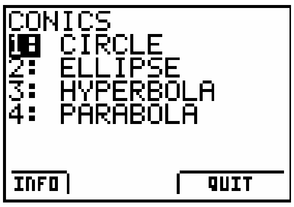


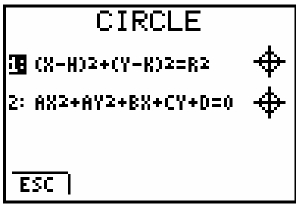
On peut représenter graphiquement les sections coniques dans le mode paramétrique ou polaire. Pour changer les paramètres appuyer sur [MODE]. Ce qui permet de choisir le type et les paramètres d'affichage [WINDOW SETTINGS].

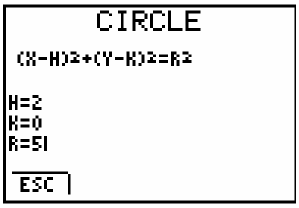
En quittant Conic Graphing la calculatrice reprend son mode normal.

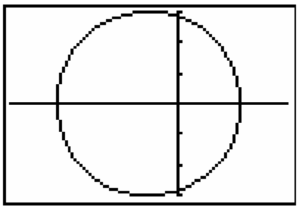
Dans le menu principal, choisir parmi les quatre types coniques, par exemple, [1 : CIRCLE].

Pour représenter graphiquement une section conique choisir d'abord le type de l'équation puis entrer des valeurs pour les paramètres. Dans l'exemple suivant, entrer des valeurs pour H, K et R de l'équation du cercle $(X - H)^2 + (Y - K)^2 = R^2$. Appuyer [GRAPH] pour tracer le cercle et [Y=] pour retourner à l'écran de définition.

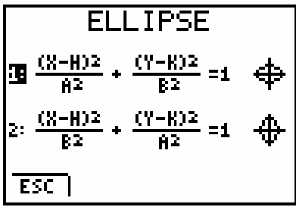


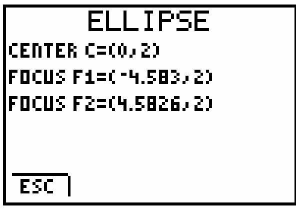


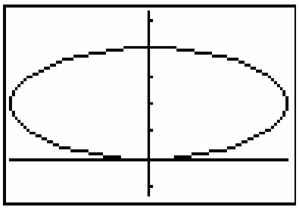




Une *ellipse* est l'ensemble des points du plan dont les distances à deux points fixes ont une somme constante. Les deux points fixes s'appellent les centres de l'ellipse. Touches [ALPHA][SOLVE] dans l'écran de définition pour calculer le centre et les foyers

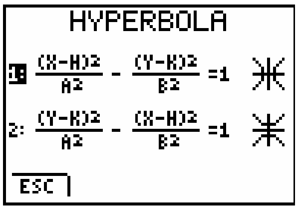


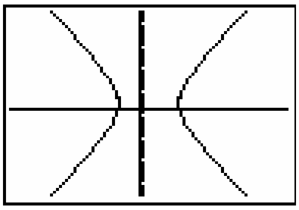


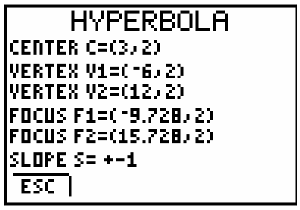


Une *hyperbole* est l'ensemble des points du plan dont les distances à deux points fixes ont une différence constante. Les deux points fixes s'appellent les foyers de l'hyperbole. La droite joignant les foyers l'axe focal. Le point sur l'axe à mi-chemin entre les foyers est le centre de l'hyperbole. Les points d'intersection entre axes et hyperbole sont les sommets.

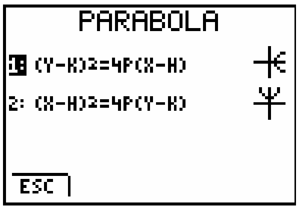
Avec [ALPHA][SOLVE] pour vous obtenir le centre et les deux foyers ou les deux sommets et la pente. Par cette option on peut découvrir des caractéristiques de chaque conique.

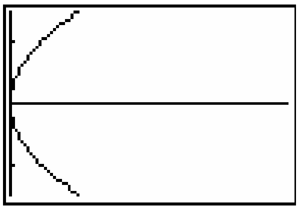


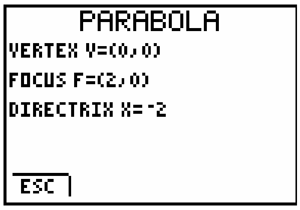




Un ensemble de points du plan équidistants à un point fixe et une droite est *une parabole*. Le point fixe est le foyer de la parabole et l'axe focal. Le point d'intersection entre l'axe focal et la parabole est le sommet







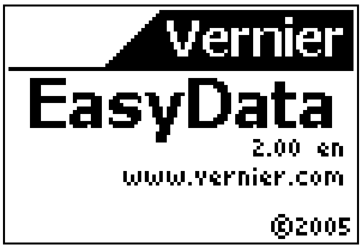
Quand le graphique est affiché, touche [TRACE] pour se déplacer sur la courbe et trouver les caractéristiques du sommet.

POINT DE VUE :

Cette application permet de représenter graphiquement des cercles, des ellipses, des hyperboles, des paraboles et d'en déterminer les caractéristiques coniques. Il est conseillé pour intéresser les élèves à son utilisation de travailler avec des exercices et des représentations à faire explorer. Il est nécessaire de fournir un mode d'emploi et d'utilisation aux élèves pour qu'ils en exploitent toutes les possibilités.

3.6 EasyData™

CATEGORIE :
OUTIL.



DESCRIPTION :
EasyData permet de recueillir, observer et analyser des données expérimentales à partir des TI-83/84 Plus (Se). De représenter graphiquement les résultats.
Les données sont collectées à l'aide des sondes vernier USB (seulement sur TI-84) et par les dispositifs tels que le détecteur de mouvement de Texas Instruments CBL 2™ System, CBL 2™, ou les verniers LabPro®.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
EasyData s'utilise pour collecter facilement des données à l'intérieur comme à l'extérieur.

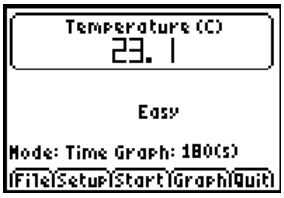
Sur TI-84 Plus avec un OS version 2.3 ou supérieure on peut connecter un capteur USB. Les TI-83 Plus nécessitent un appareil spécifique comme le CBL 2 system.

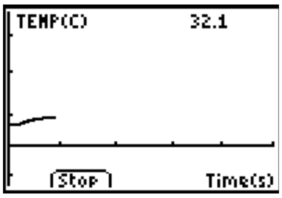
Avec EasyData on utilise principalement :

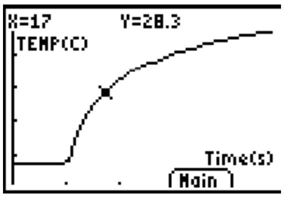
- EasyTemp – sonde de température,
- EasyLink – une interface USB pour connecter une TI-84 Plus (SE)
- CBR 2 – le détecteur de mouvement.

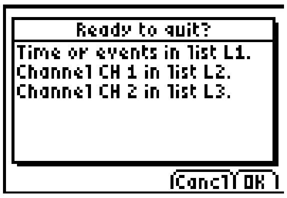
Quand la calculatrice détecte la connexion d'un dispositif de collecte de données, EasyData s'ouvre automatiquement sur une expérience appropriée pour ce dispositif.

Par exemple, avec le capteur de température. Ci-dessous à gauche l'écran qui s'affiche lorsque la sonde est branchée.







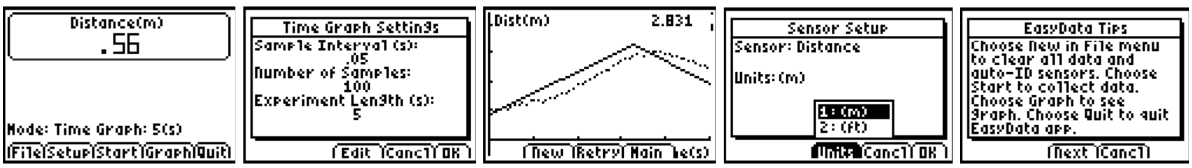


Pour capturer les données (EasyTemp) :

- Sélectionner $\boxed{\text{Start}}$ pour commencer la capture et attendre 5 secondes.
- Tenir la sonde pendant environ 30 secondes.
  l'écran indique la température au fur et à mesure de ses variations.
- Sélectionner $\boxed{\text{Stop}}$ pour arrêter la collecte.
  EasyData affiche une courbe des températures mesurées.
- Touche ▸ pour afficher chaque température successive.
- Une fois terminé d'observer la courbe, choisir $\boxed{\text{Main}}$ pour retourner au menu principal de EasyData.
- Sélectionner $\boxed{\text{Quit}}$. Un message indique que les données sont stockées dans des listes de la calculatrice.

En quittant EasyData, un message affiche quelles listes contiennent les données collectées. Il est possible de les examiner, avec la calculatrice ou un ordinateur.

- Sur la calculatrice, ouvrir l'éditeur de listes statistiques.
  (Sur TI-843/84 Plus, touches [STAT] puis [EDIT]).
- Il est possible de traiter ces données avec les fonctions statistiques.
- Avec TI Connect™ copier les données sur un ordinateur,
  - Utiliser un tableur pour analyser ces données,
  - Ou TI InterActive!™ pour une présentation projetée.



POINT DE VUE :

EasyData est une application qui permet de recueillir et analyser de vraies données simplement et facilement. Sur TI-84 où on a pas besoin d'un dispositif intermédiaire comme CBL 2 ou autre, chacun peut aller partout recueillir des données et les apporter à l'école ou à la maison, les traiter directement sur la calculatrice ou les transférer sur ordinateur.

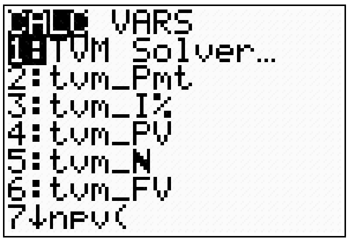
Avec EasyData et la capture de données d'expérimentation on passe d'une étape de réflexion sur les phénomènes qui nous entourent vers une analyse des propriétés qui les mettent en évidence et les lois mathématiques qui permettent de les décrire.

3.7 Finance

CATEGORIE :
Outil, guide rapide de référence.

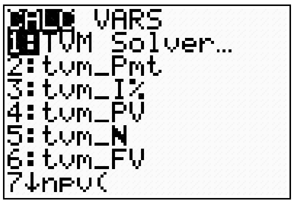
DESCRIPTION :
Calcul des fonctions financières les plus courantes.

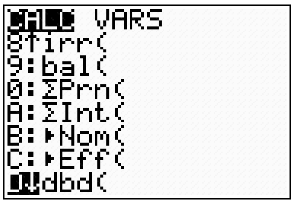
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Compréhension et apprentissage des mécanismes du crédit.

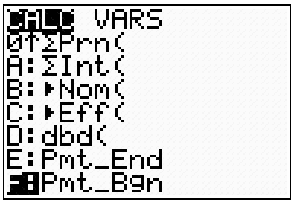


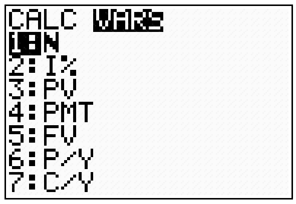
Remarque : Il est conseillé de mettre la calculatrice en mode d'affichage 2 décimales.

L'application FINANCE comporte les menus suivants :



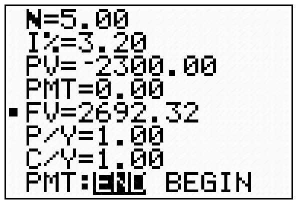






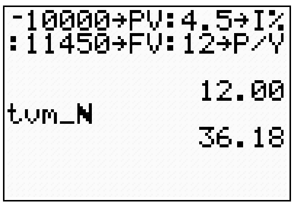
TVM Solver permet de résoudre rapidement et simplement 5 types de calculs financiers.

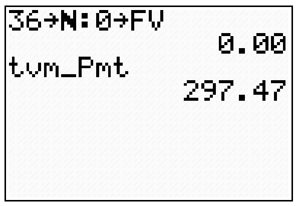
Exemple : on place 2300 € à 3,2 % par an en intérêts composés. Quelle somme retire-t-on après 5 ans ?
Avec TVM Solver, remplir comme indiqué sur l'écran, puis se placer sur FV. Lancer [SOLVE] par [ALPHA][ENTER].



Pour les cinq fonctions tvm_N(), tvm_I%(), tvm_PV(), tvm_Pmt()et tvm_FV() il est plus simple et plus pratique d'utiliser TVM_Solver. Exemple d'utilisation :

On place 10 000 € à 4,5 % annuel. Combien faut-il verser de mensualités pour retirer un total d'environ 11 450 € ? Quel serait alors le montant de cette mensualité ?
Entrer les variables. Il faut environ 36 mensualités de 297,47 €.



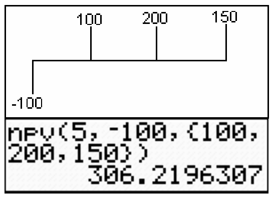


ATTENTION : chaque fonction demande en paramètre les valeurs des autres fonctions. Si ces paramètres ne sont pas fournis, ils sont remplacés par ceux mémorisés lors de la dernière utilisation de TVM_Solver.

Mouvements de trésorerie : npv(et irr(

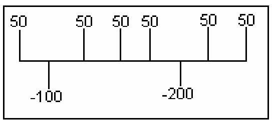
npv(:

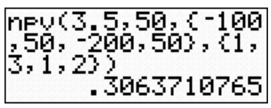
- sur une période d'inflation constante de 5 %, des versements ou des retraits sont effectués sur différentes périodes de mêmes durées. Ci-contre est représenté le flux financier. Quel est au final la valeur actuelle du bilan ?



npv=306,22 €

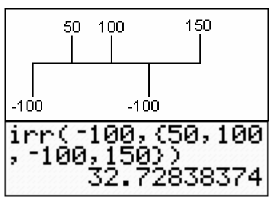
- pour les flux ci-contre, l'investissement est-il rentable au taux de 3,5 % ?



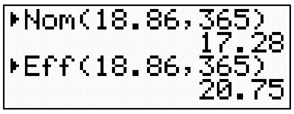


On trouve 0,306… qui est positif, c'est un investissement (très faiblement) rentable.

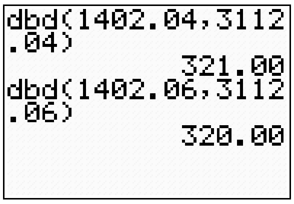
irr(:
On compte réaliser un investissement sous la condition qu'il soit d'un rapport supérieur à 25 %. Le flux des mouvements de trésorerie serait -100, 50, 100, -100, 150.
La réponse 32,728… est une valeur supérieure à 25, l'investissement sera réalisé.



▸Nom(et ▸Eff(permettent **dans le cas du calcul des intérêts par la méthode proportionnelle** de convertir un taux d'intérêt annuel effectif en taux nominal ▸Nom(ou inversement ▸Eff(.



▸Nom(calcule le taux d'intérêt nominal.
▸ Pour un crédit permanent, le taux réel est de 18,86 % l'an. Les intérêts courent sur chaque période journalière. Quel doit être le taux d'intérêt annoncé de ce prêt ? **17,28 %**.
▸▸Eff(calcule le taux d'intérêt effectif.
Pour un crédit permanent, il est indiqué un TEG de 18,86 % l'an. Les intérêts courent sur chaque période journalière. Quel est le taux d'intérêt réel de ce prêt ? **20,75 %**.



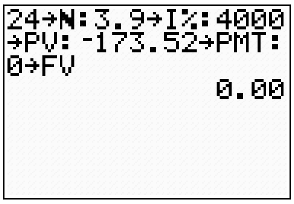
dbd(fonction pour le calcul du nombre réel de jours entre deux dates (de 1950 à 2049).
Deux formats : MM.JJAA (Etats Unis) ou JJMM.AA (Europe).
Exemple :

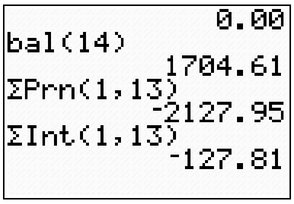
Nombre de jours entre le 14/02/2004 et le 31/12/2004 (année bissextile).
Nombre de jours entre le 14/02/2006 et le 31/12/2006 (année non bissextile).

Calcul de l'amortissement d'un emprunt :

Bal(montant du capital restant dû (après payement de l'échéance de la période).
ΣPrn(part du capital remboursé entre les périodes p_i et p_j, $0 \le i < j \le n$.
ΣInt(somme des intérêts jusqu'à une période ou entre les périodes p_i et p_j, $0 \le i < j \le n$.
ATTENTION : il faut auparavant renseigner les paramètres N, I %, PV, PMT et FV.

Pour un emprunt de 4 000 € au taux de 3,9 % annuel en 24 mensualités, quel capital reste-t-il à payer après le 14ième versement ? Quel est alors le capital remboursé et la somme des intérêts ?





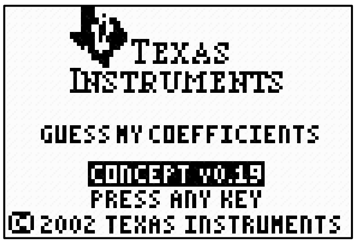
Définir le mode de paiement :
Pmt_End (paiement en fin d'échéance) Pmt_Bgn (paiement en début d'échéance).
P/Y est le nombre d'échéances annuelles dans une transaction financière.
C/Y est le nombre de périodes de calcul des intérêts, par an, dans la même transaction.

Les fonctions directement incluses dans Tvm Solver.		**Les variables TVM :**	
Tvm_Pmt	Calcule le montant de chaque paiement.	N	Nombre total d'échéances
Tvm_I%	Calcule le taux d'intérêt annuel.	I%	Taux d'intérêt annuel
Tvm_PV	Calcule la valeur actuelle.	PV	Valeur actuelle
Tvm_N	Calcule le nombre d'échéances (périodes de règlement).	PMT	Montant du versement
		FV	Valeur acquise
Tvm_FV	Calcule la valeur acquise.	P/Y	Nombre d'échéances annuelles
		C/Y	Nombre de périodes de calcul des intérêts par an
Autres fonctions financières :			
Npv(	Calcule la valeur actuelle nette.	▸Nom	Calcule le taux d'intérêt nominal (ou annoncé).
Irr(	Calcule le taux de rendement interne.	▸Eff(	Calcule le taux d'intérêt effectif (ou réel).
Bal(	Calcule le solde du plan d'amortissement.	dbd(	Calcule le nombre de jours entre deux dates.
ΣPrn(	Calcule la somme principale du plan d'amortissement.	Pmt_End	Sélectionne le mode de paiement par annuité ordinaire (paiement à l'échéance).
ΣInt(	Calcule le montant des intérêts du plan d'amortissement.	Pmt_Bgn	Sélectionne le mode de paiement par annuité due (paiement en début de période).

POINT DE VUE :

Finance permet d'obtenir rapidement la réponse à certains calculs financiers. Dans nos classes, c'est une bonne application des suites géométriques. C'est aussi une invite à l'utilisation du tableur.

3.8 Guess My Coefficients

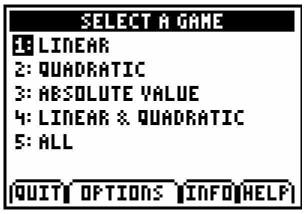


CATEGORIE :
Test, Pratique.

DESCRIPTION :
Guess My Coefficients fournit une recherche de courbes et d'équations de fonctions linéaires, quadratiques ou valeur absolue sous forme ludique. L'utilisateur peut résoudre jusqu'à 99 problèmes. Par l'observation de la courbe d'une fonction ils doivent en déterminer l'écriture de ses coefficients.

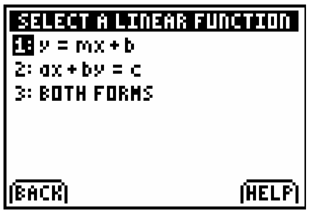
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Les élèves peuvent explorer le rapport entre expression d'une fonction et la courbe qui en découle et se familiariser avec diverses formes de fonctions de valeur linéaire, quadratique, et absolue.

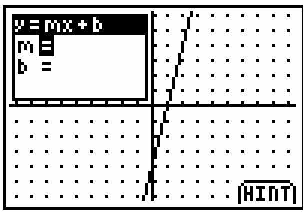
Commencer par choisir le type de fonction dans l'écran SELECT A GAME. Puis la forme de l'écriture de cette fonction.



Les différentes formes :

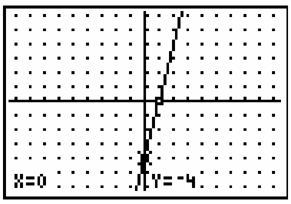
- Linéaire
  - $y = mx + b$
  - $ax + by = c$
- Quadratique
  - $y = ax^2 + k$ $y = a \cdot x^2 + k$
  - $y = a(x-h)^2 + k$
  - $y = a(x-r)(x-s)$
- Valeur Absolue
  - $y = a|x| + k$
  - $y = a|x-h| + k$

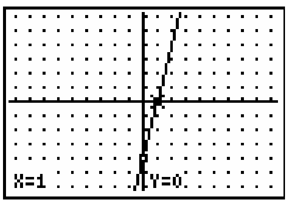


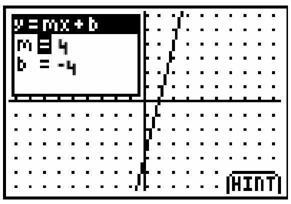


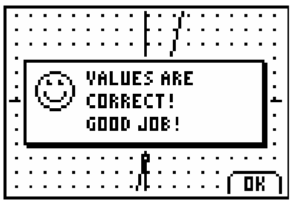
Il est possible de choisir l'ensemble de toutes les formes. Pour ce faire choix ALL dans l'écran SELECT A GAME.

En cas de doute, il est possible d'obtenir un « conseil » HINT, qui trace la courbe.

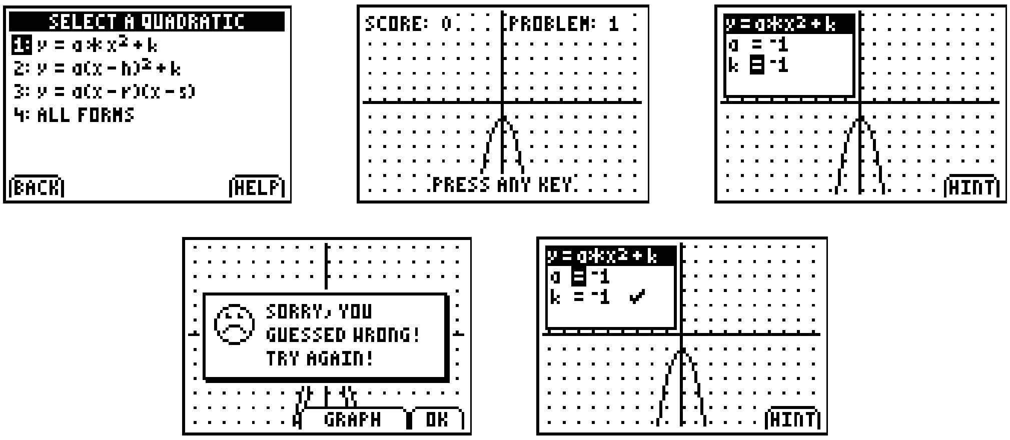








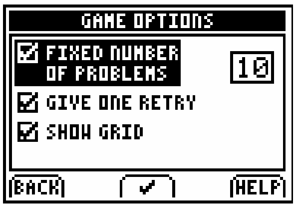
Un exemple pour la forme quadratique :



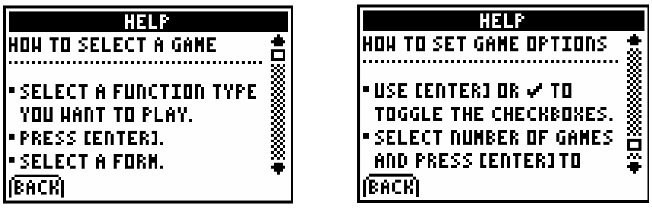
Les points sont calculés en fonction du résultat et de l’utilisation de l’aide ou non. Le meilleur score est affiché.

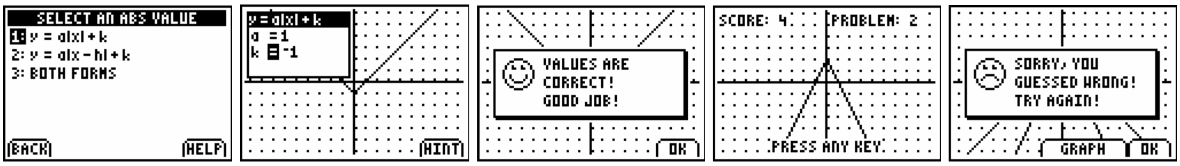
Trois options différentes :

- un nombre défini d’exercices,
- La seconde chance… (deuxième réponse autorisée),
- Affiche la grille.



L'aide est disponible pour chaque séquence des choix de l’écran SELECT A GAME comme depuis ceux des différentes options.



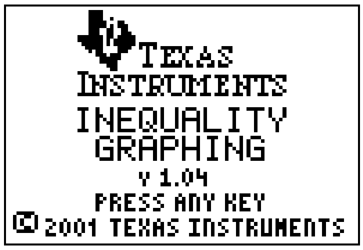


POINT DE VUE :

C’est une application qui permet de faire réfléchir aux formes des fonctions d’après leur écriture. Les élèves peuvent pratiquer seuls, surtout si le professeur prépare des fiches de recherches particulières.

3.9 Inequality Graphing

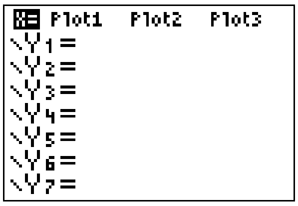
CATEGORIE :
Résolutions graphiques.

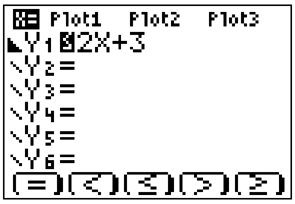


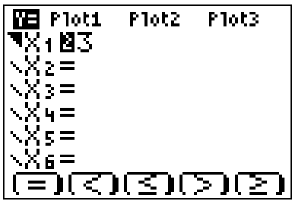
DESCRIPTION :
Inequality Graphing permet d'écrire et résoudre graphiquement des inéquations y compris avec des droites verticales données par X=. On peut obtenir un régionnement du plan et stocker les points d'intersection entre les fonctions correspondantes.

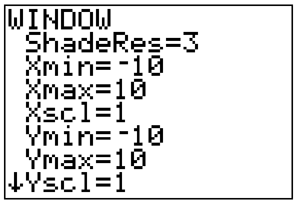
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Cette application permet d'ajouter très facilement une approche graphique à la résolution des systèmes d'équations linéaires (deux variables) et à la programmation linéaire.

Inequality Graphing est une application qui une fois lancée reste active jusqu'à ce qu'elle soit de nouveau appelée. L'éditeur de fonctions $\boxed{\text{Y=}}$ est transformé comme indiqué ci-dessous. Deux possibilités supplémentaires sont ajoutées, l'option $\boxed{\text{X=}}$ et des hachures $\boxed{\text{ShadeRes}}$ parmi les paramètres de l'écran $\boxed{\text{WINDOW}}$.

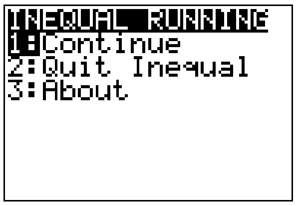








Pour quitter Inequality Graphing la sélectionner à nouveau puis choix $\boxed{\text{2: Quit Inequal}}$. Remarque : il n'est pas possible de l'utiliser en même temps que Transformation Graphing.

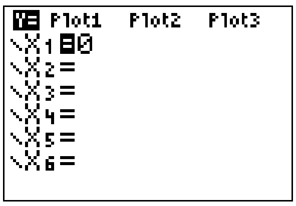


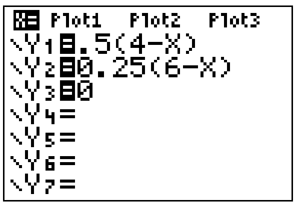
Deux exemples d'utilisation d'Inequality Graphing.

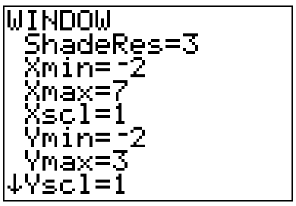
Exemple 1 :
On recherche la région des points (x, y) du plan satisfaisant :

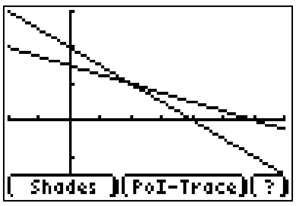
$$\begin{cases} x+2y \le 4 \\ x+4y \le 6 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}.$$

On définit les fonctions linéaires `Y1=0.5(4-X)`, `Y2=0.25(6-X)`, `Y3=0`, `X1=12.` Les tracer avec les paramètres d'affichage indiqués ci-dessous (appuyer sur $\boxed{\text{TRACE CLEAR}}$ pour faire disparaître le menu de fond d'écran).









Tous les points du domaine (pas encore visible !) sont des solutions du problème. Il est possible d'ombrer ce domaine et de calculer les coordonnées de ses sommets.

Pour hachurer l’aire mettre le curseur sur le signe d’inégalité puis :

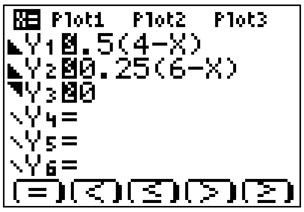
[ALPHA]F1 → =

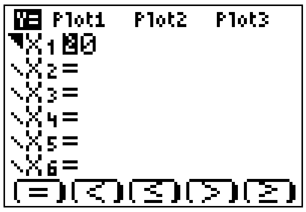
[ALPHA]F2 → <

[ALPHA]F3 → ≤

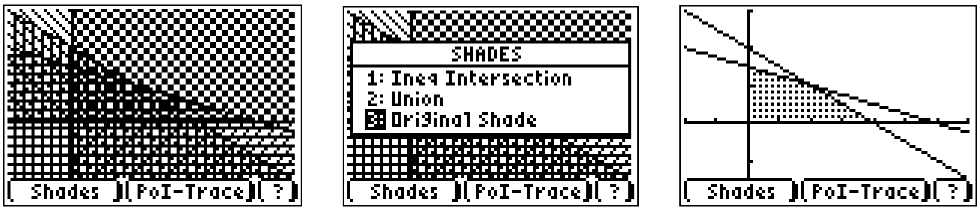
[ALPHA]F4 → ≥

[ALPHA]F5 → >



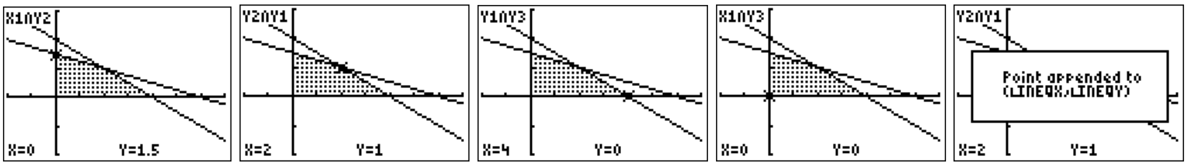


Touche GRAPH, choix Shades ([ALPHA]F1) et 1: Ineq Intersection.



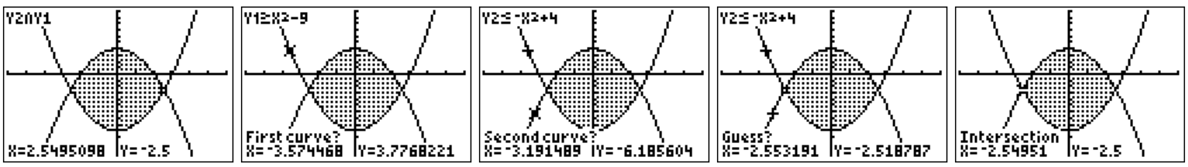
Pour les inégalités linéaires il est possible de calculer les points d’intersection des différentes zones avec PoI-Trace ([ALPHA]F3): ◀ ▶ = change la deuxième fonction & ▲ ▼ = change la première fonction.

On peut conserver les coordonnées dans deux listes INEQX and INEQY : touche STO ▶.



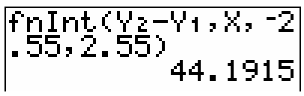
Exemple 2 :

Peut-on trouver une zone d’intersection entre les courbes des fonctions $f(x) = x^2 - 9$ et $g(x) = -x^2 + 4$. Pour les fonctions non linéaires il n'est pas toujours possible d’obtenir les points d'intersection par Inequality Graphing. En ce cas utilser 5 : intersect du menu CALC



Une approximation de cette aire est donnée par la commande fnInt. On obtient une approximation avec les valeurs $x_1 = -\sqrt{\dfrac{13}{2}} \approx -2.55$ and $x_2 = \sqrt{\dfrac{13}{2}} \approx 2.55$.

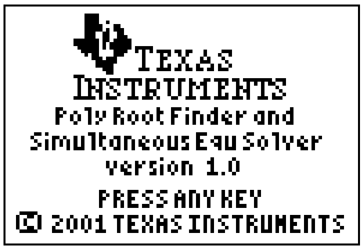
$\int_{-2.55}^{2.55} \left(g(x) - f(x)\right) dx$ est une bonne approximation de cette aire.



POINT DE VUE :

Inequality Graphing est un outil graphique intéressant. Il aide les élèves à visualiser la solution d'un système d’(in)équations et à trouver le domaine de la région solution au moyen de fonctions par approches graphiques.

3.10 Polynomial Root Finder and Simultaneous Equation Solver

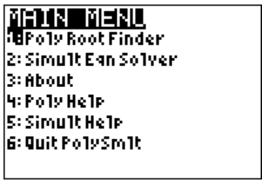


CATEGORIE :
Outil.

DESCRIPTION :
Cette application permet d'écrire rapidement les coefficients d'un polynôme ou d'un système d'équations linéaires et d'en déterminer ses racines réelles ou complexes.

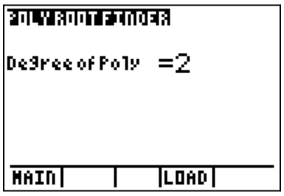
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Pour les polynômes il est possible de sauvegarder la fonction correspondante dans l'éditeur de fonctions [Y=] pour visualiser la courbe et les solutions. Lorsque c'est possible cette application donne également une représentation symbolique de l'ensemble infini de solutions d'un système d'équations linéaires.

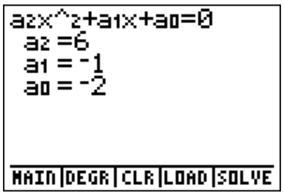
Comme le nom de cette application l'indique, elle se compose de deux parties : un solveur pour résoudre les équations polynômes et un solveur de système d'équations linéaires. L'exemple suivant montre comment employer cette application.

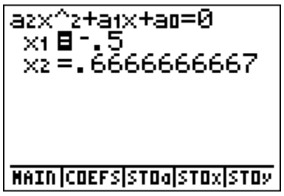


`1: Poly Root Finder`

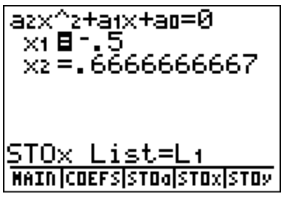
Pour résoudre l'équation $6x^2 - x - 2 = 0$ commencer par en entrer le degré et les coefficients du polynôme correspondant. Touches [ALPHA][F5] ou [GRAPH] pour la résolution.

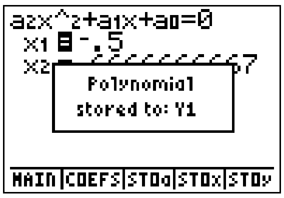


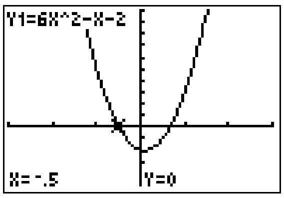


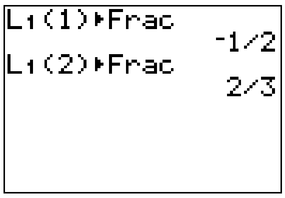


L'option [STOx] permet de sauvegarder la solution dans une liste. [STOy] sauvegarde l'expression fonctionnelle dans une variable graphique `Y` pour visualiser la solution.

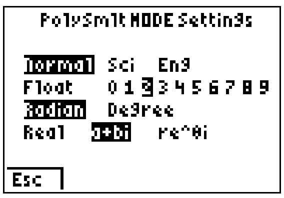


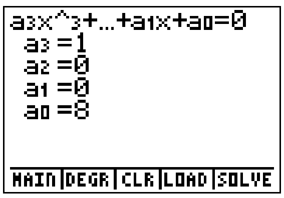


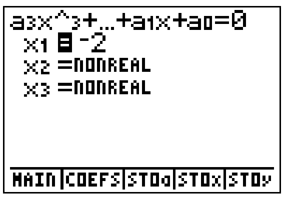


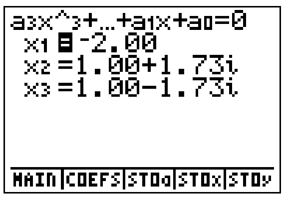


Il est possible de résoudre dans l'ensemble des complexes. Il suffit de choisir le format complexe dans [MODE-settings] qui retournera les solutions sous la forme `a+bi` (`FLOAT 2`) ou `re^θi`.





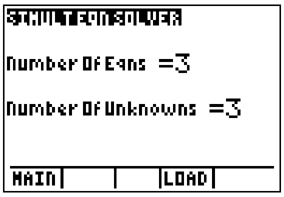


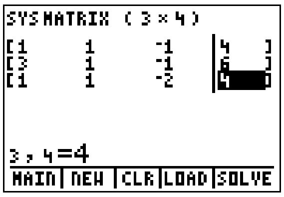


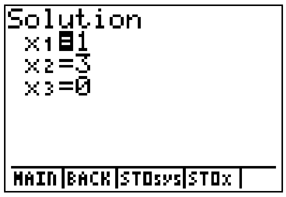
2: Simultaneous Equation Solver

La résolution d'un système linéaire est semblable à la résolution d'une équation polynômiale. Entrer le nombre d'équations et de variables, puis les coefficients. Toujours [ALPHA][F5] ou [GRAPH] pour la résolution. Quelques exemples :

- $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 3x + y - z = 6 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases}$.

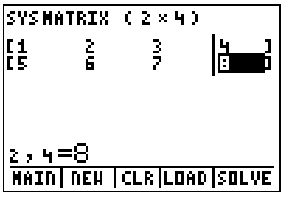


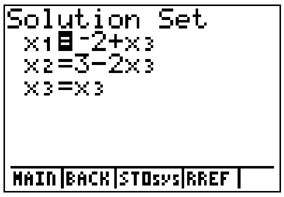




Avec [STOsys] le système d'équations est stocké dans une matrice, [STOx] pour conserver la solution dans une liste.

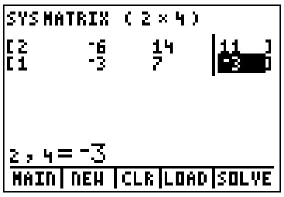
- $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 5x+6y+7z=8 \end{cases}$

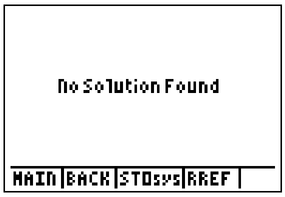




Ci-dessus l'option [STOx] est remplacée par [RREF] qui génère des lignes.

- $\begin{cases} 2x-6y+14=11 \\ x-3y+7z=-3 \end{cases}$

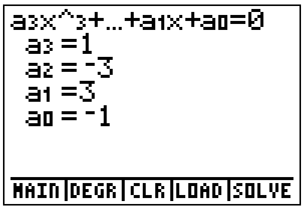


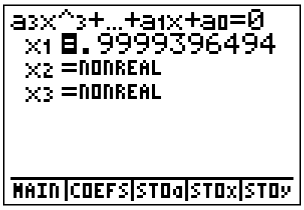


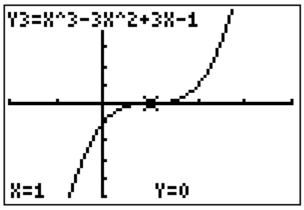
.

POINT DE VUE :

Polynomial Root Finder and Simultaneous Equation Solver est un outil très utile pour résoudre des équations et des systèmes d'équations. Attention, la TI-84 Plus est une calculatrice numérique (pas formelle) il est donc recommandé de vérifier numériquement ou graphiquement la solution.







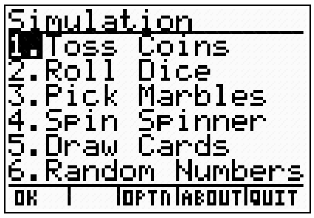
3.11 Probabilty Simulation

CATEGORIE :
Outil.

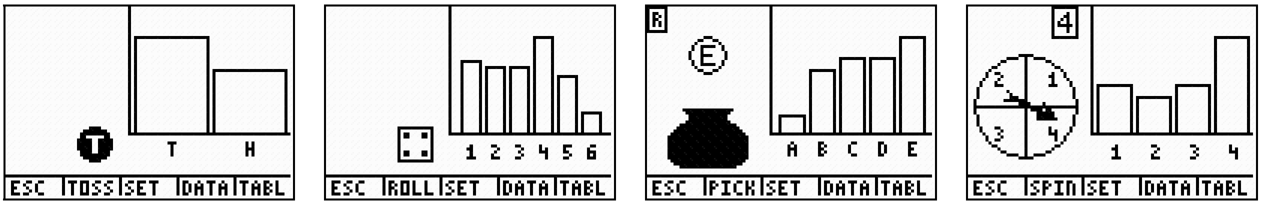
DESCRIPTION :
Probability Simulation permet de simuler très facilement et rapidement de nombreuses expériences de probabilité sur TI-83/84 Plus.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Avec des simulations de tirage au hasard vous pouvez visualiser plusieurs propriétés et lois de la théorie des probabilités. Les données obtenues lors des expériences peuvent s'employer pour présenter quelques distributions discrètes de probabilité et/ou faire des statistiques.

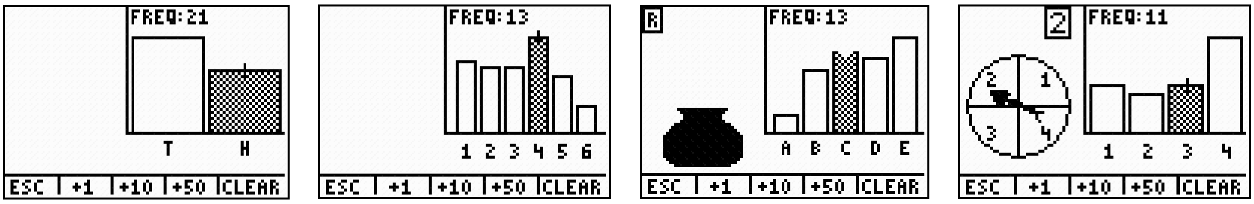
Probability Simulation contient les expériences suivantes :



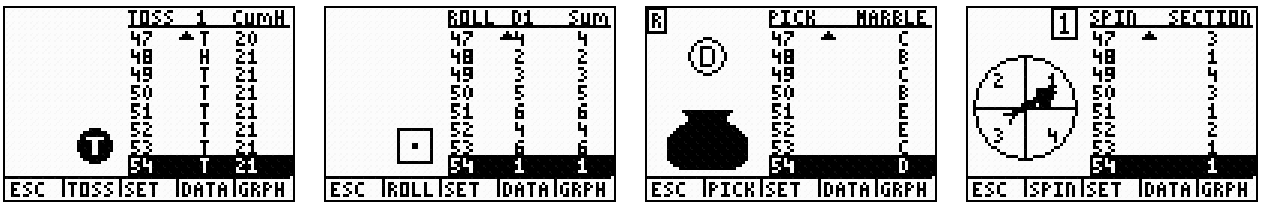
Les menus des expériences sont plus ou moins identiques. Les écrans suivants donnent une rapide vue d'ensemble des expériences. Pour les quatre premiers choix deux menus sont disponibles.



Avec les touches [◄] [►] on affiche les effectifs ou les fréquences (en fonction des paramètres), une sorte de mode trace.

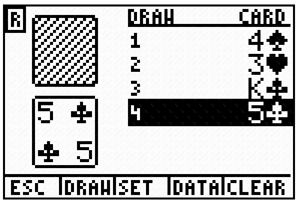


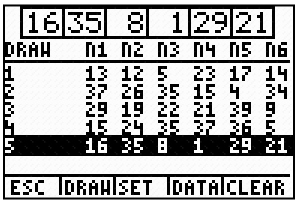
Les diagrammes barres peuvent se remplacer par des tableaux ([TABLE]↔[GRAPH]) pour voir les données de simulation.



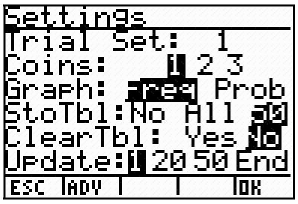
Les actions (Toss, Roll, Draw or Pick) peuvent s'arrêter en appuyant sur [ON].

Les données obtenues pendant la simulation peuvent être stockées dans des listes en fonctions des options du menu `DATA`.
Pour les deux dernières expériences seulement un menu est disponible pour afficher un tableau et les données.

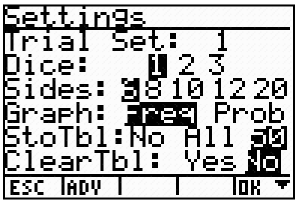




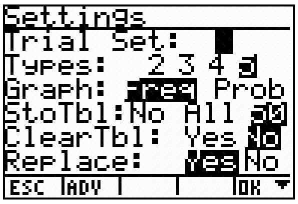
Avec l’option SET on peut changer manuellement les paramètres comme suit :



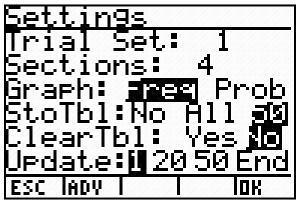
COINS



DICE



MARBLES

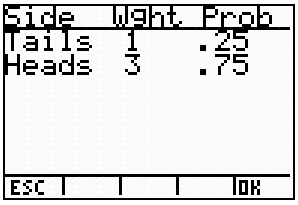


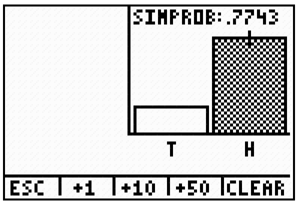
SPINNER

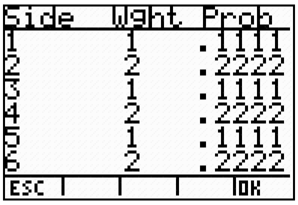
Les expériences mentionnées ci-dessus ont les options communes qui suivent (parfois il faut faire défiler vers le bas) et des options pour changer la quantité des pièces de monnaie, de dés, de lettres ou de secteurs :

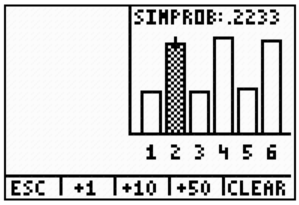
`Trial` le nombre de lancers ou tirages de TOSS, ROLL, DRAW ou SPIN,
`Graph` le choix du graphique affichera les effectifs ou les fréquences,
`StoTbl` pour stocker les données des expériences dans un tableau,
`ClearTbl` choisir YES pour réinitialiser les données,
`Update` pour mettre à jour les données de graph/table pendant ou à la fin de l’ensemble des tirages.

Avec l’option ADV du menu des paramètres vous pouvez modifier la probabilité de sortie des variables. Deux exemples :

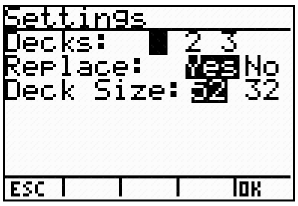


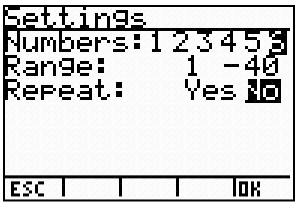






Pour les expériences *Draw Cards* et *Random Numbers* vous pouvez seulement changer les paramètres spécifiques des cartes (1 2 ou 3) ou des nombres (de 1 à 6).

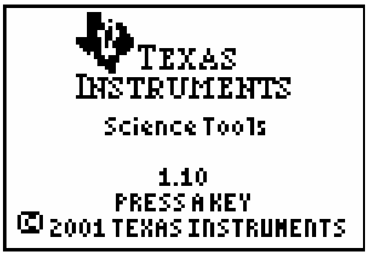




POINT DE VUE :

Probability Simulation peut s’utiliser dans de nombreuses situations de classes : pour introduire la notion de probabilité, la fluctuation d’échantillonnage, pour montrer des simulations de plusieurs expériences liées au hasard…

3.12 Science Tools



CATEGORIE :
Référence, outil.

DESCRIPTION :
L’application Science Tools permet d’obtenir un format de nombre préfixé, de convertir des nombres d’une forme à une autre, l’écriture scientifique des nombres, un travail de calcul sur les vecteurs.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Utile pour faire des conversions d'unités, des arrondis, des calculs en mode scientifique, un module permet de traiter certains aspects des vecteurs.

Les quatre outils de Science Tools :

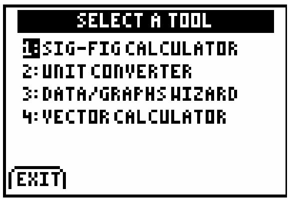
- Sig-Fig Calculator,
- unit Converter,
- Data/Graphs Wizard,
- Vector Calculator.

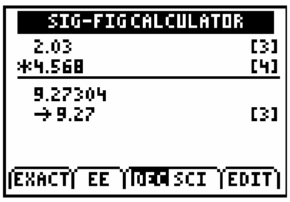
a. SIG-FIG CALCULATOR

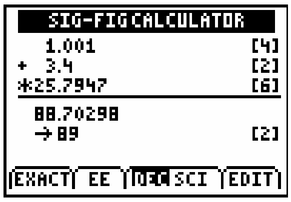
Un arrondi au nombre de chiffres significatifs spécifiés :

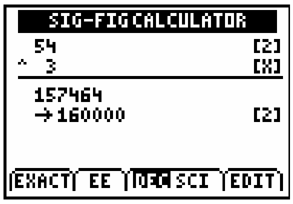
Que ce soit par addition, multiplication, soustraction division ou élévation à une puissance, le résultat est arrondi selon la demande.

Une valeur déclarée `EXACT` ne sera pas arrondie.

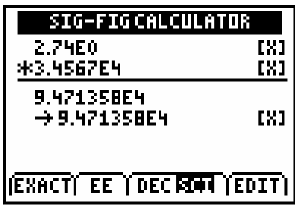


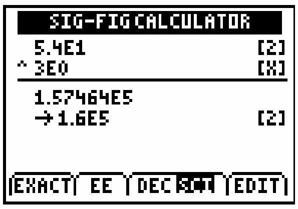






Pour calculer 2,74 x 34567 en mode scientifique sélectionner `SCI`.

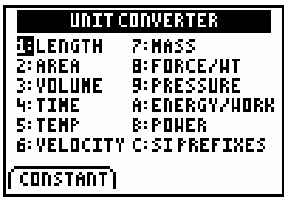


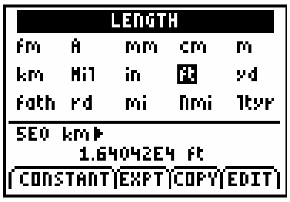


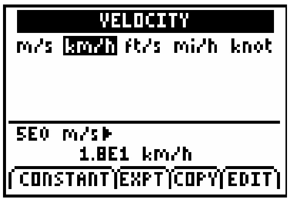
Une calculatrice effectue les calculs indépendamment de toute précision. Elle affiche des résultats avec le nombre maximum de chiffres possible. Les résultats calculés devraient être arrondis au nombre correct de chiffres significatifs. Sig-Fig Calculator applique automatiquement les règles d’arrondi.

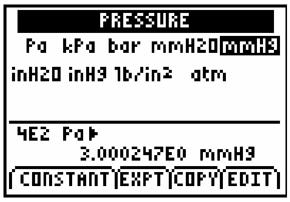
b. UNIT CONVERTER

Des exemples sont proposés ci-dessous. En sélectionnant `EXPT` le résultat sera collé (exporté) sur l'écran d'accueil.

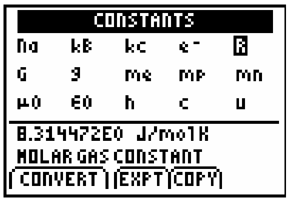








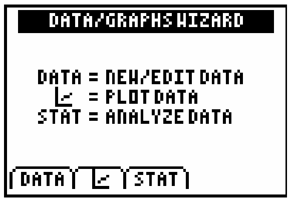
Options de l'écran `CONSTANTS` :



`CONVERT`	retour au menu `CONVERTER`
`EXPT`	coller les valeurs dans l'écran principal
`EDIT`	copier les valeurs dans l'écran principal.

c. DATA/GRAPH WIZARD

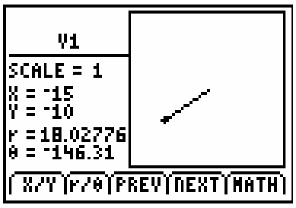
Ce menu permet :

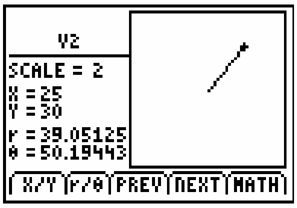


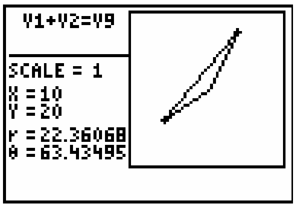
- Entrer, visionner, éditer des données,
- Visionner, éditer des données graphiques,
- Rechercher une fonction d'estimation pour des données,
- Une analyse statistique des données.

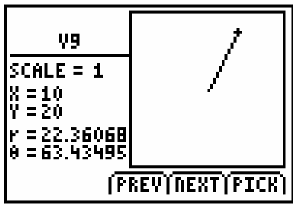
d. Menu VECTOR CALCULATOR

Vector calculator permet de construire des vecteurs et d'effectuer des opérations de base sur ces vecteurs. Des vecteurs sont graphiquement affichés sur l'écran et stockés en V1 V9. Opérations possibles : addition, soustraction, produit scalaire ou multiplication de vecteurs.







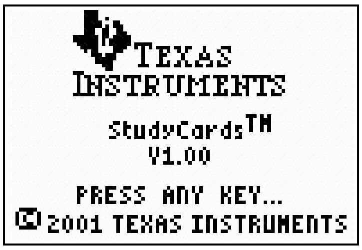


POINT DE VUE :

Les élèves qui désirent utiliser cette application doivent la pratiquer régulièrement car elle possède de nombreuses possibilités qui ne sont pas forcément évidentes.

Elle permet d'obtenir un format de nombre préfixé, de convertir des nombres d'une forme à une autre, l'écriture scientifique des nombres, un travail de calcul sur les vecteurs.

3.13 StudyCards™



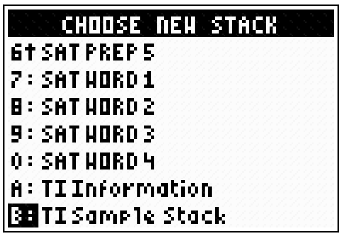
CATEGORIE :
Outil.

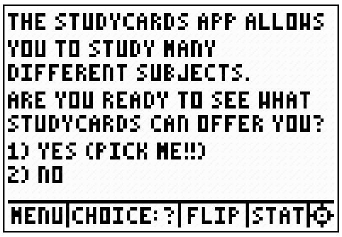
DESCRIPTION :
L'application StudyCards est un logiciel où chacun peut créer des fiches (cartes) qui seront affichées sur les calculatrices TI par l'application StudyCards APP. Les fiches (cartes) peuvent contenir du texte et des images. Il est possible de télécharger des séries toutes prêtes.

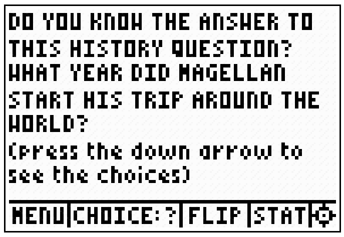
SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Les possibilités sont nombreuses. On peut utiliser les fiches pour des quiz, des petits contrôles de connaissances, pour des fiches de référence.

Choisir CHOOSE NEW STACK pour commencer une nouvelle série. TISampleStack donne une idée des possibilités de cette application.

Les touches de fonction sous l'écran permettent de retourner rapidement dans les menus, de changer les choix proposés, la place des questions, etc.





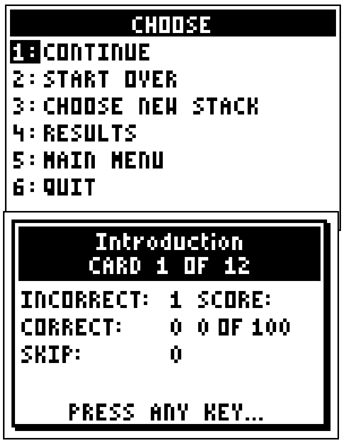


MENU permet de choisir une série d'options comme montré par l'écran ci-contre à droite.

CHOICE:? s'utilise pour basculer depuis les questions aux réponses et vice versa.

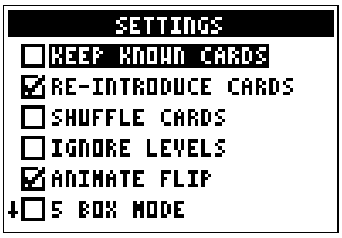
FLIP passe des écrans des questions aux réponses ou aux annotations supplémentaires données.

STAT fournit les résultats en cours de partie sur les réponses correctes, fausses ou non répondues.



Les touches de déplacement du curseur ◄▲▼►, permettent de passer à la prochaine question, de la sauter, ou de basculer vers différentes parties de la carte, différentes réponses alternatives proposées. Les flèches gauche droite passent à la carte précédente ou suivante de la pile.

A partir du menu principal MAIN MENU on peut changer les paramètres SETTINGS qui donnent l'ordre d'apparition des cartes, leur façon d'apparaître…

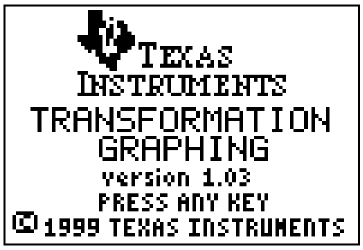


POINT DE VUE :

StudyCards est une application qui permet de créer des questions à choix multiples, des quiz, des fiches rapides. Cela demande un certain travail, que les élèves apprécient.

3.14 Transformation Graphing

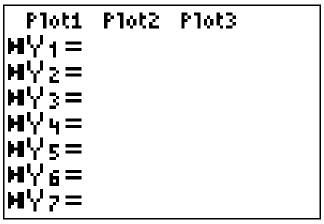
CATEGORIE :
Outil d'étude graphique.

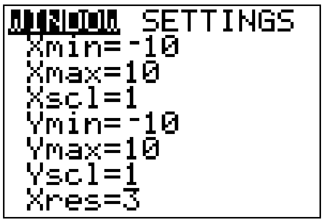


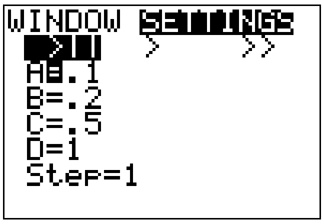
DESCRIPTION :
Transformation graphing permet de visualiser dynamiquement comment les changements des paramètres d'une fonction affectent sa représentation graphique.

SUGGESTIONS DIDACTIQUES :
Cette application permet de découvrir plusieurs propriétés des paramètres d'une fonction : recherche de solutions, croissance, symétrie, période, etc. on peut l'utiliser pour déduire par variation de coefficients une estimation de fonction à utiliser.

Transformation Graphing est une application qui une fois lancée reste active jusqu'à ce qu'elle soit de nouveau appelée. On constate un changement de l'écran [Y=] ainsi qu'un menu de paramétrage supplémentaire dans l'écran [WINDOW].







Pour quitter Transformation Graphing il faut la rappeler dans le menu [APPS]. Un menu apparaît alors, choisir [1: Uninstall].
Remarque : il n'est pas possible d'utiliser ensemble Transformation Graphing et Inequality Graphing.

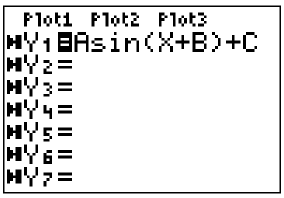
Avec Transformation Graphing il est possible d'observer l'influence du changement des paramètres sur la courbe sans retourner dans l'éditeur de fonctions [Y=]. Attention seul le mode fonction reste actif quand Transformation Graphing est utilisé.

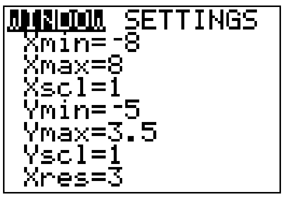
Transformation Graphing permet l'utilisation de quatre paramètres : `A`, `B`, `C`, et `D`, qu'il faut utiliser dans cet ordre.

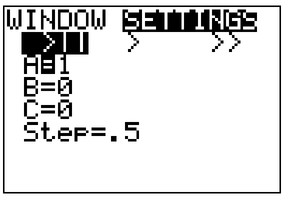
Trois possibilités :

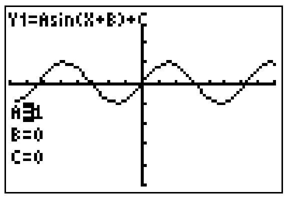
- PLAY-PAUSE (>||) entrée des valeurs des paramètres et affichage de la courbe.
- PLAY (>||) stocker une série de variations qui sont affichées comme un diaporama.
- PLAY-FAST (>||) stocker une série de variations qui sont affichées comme un diaporama rapide.

Définir la fonction $f(x) = A\sin(Bx) + C$ pour une illustration de l'utilisation de Transformation Graphing. Démarrer avec la fenêtre d'affichage indiquée ci-dessous :



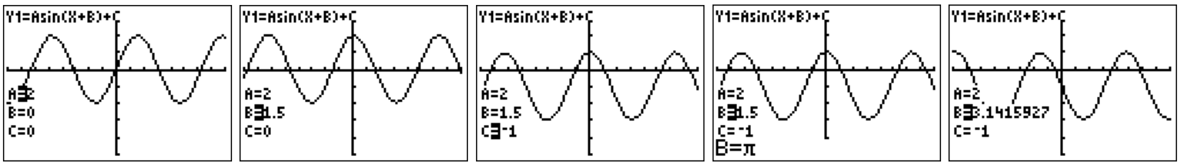






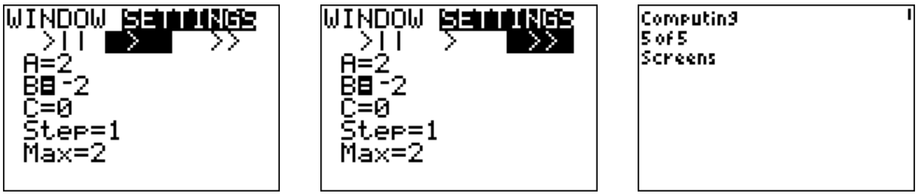
PLAY-PAUSE (>||)

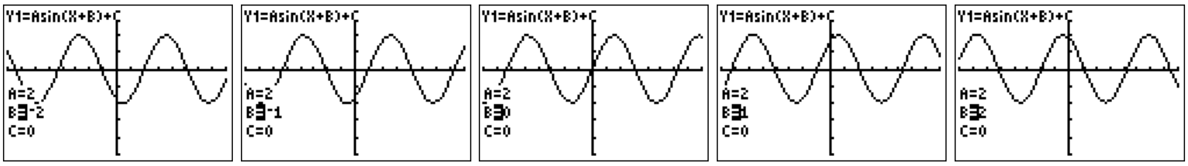
Touches [◄][►] pour changer la valeur du paramètre sélectionné, [▼][▲] pour changer de paramètre. Il est aussi possible d'entrer directement une valeur au clavier. La courbe est immédiatement modifiée.



PLAY (>||) and **PLAY-FAST** (>||)

Avec cette option on peut définir un panorama pour la variation d'un paramètre. Amener le curseur sur le signe égal du paramètre, appuyer [ENTER]. Touche [GRAPH] pour générer les écrans du diaporama. Avec les choix ci-après, 5 écrans sont préparés pour une variation de `B`: de -2 à 2 par pas de 1.

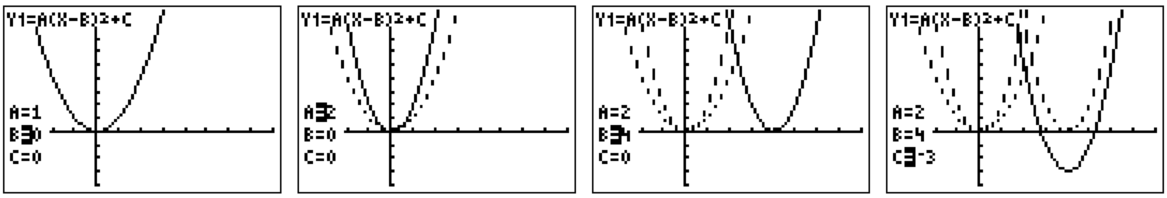




Touche [ENTER] pour interrompre, même touche pour reprendre. Touche [ON] pour arrêter.

Transformation Graphing ajoute un menu de paramétrage du format d'affichage : [2nd][FORMAT] [TrailOff] ou [TrailOn].

[TrailOn] permet de conserver la trace en pointillés du graphique affiché précédemment.



POINT DE VUE :

Transformation graphing est un outil dynamique avec lequel les élèves peuvent découvrir des propriétés de fonctions au moyen d'une approche graphique. Il leur donnera l'occasion de réfléchir et de se montrer perspicaces.

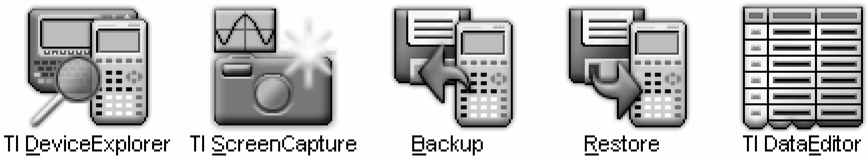
IV. Informations complémentaires

4.1 Logiciel « Compagnon »

TI Connect™ ***Gratuit***

TI Connect est le logiciel permettant de relier les calculatrices graphiques TI-83/84 (et autres calculatrices TI) et un ordinateur : téléchargement et transfert de données, mises à jour d'OS, installation des applications (Apps).

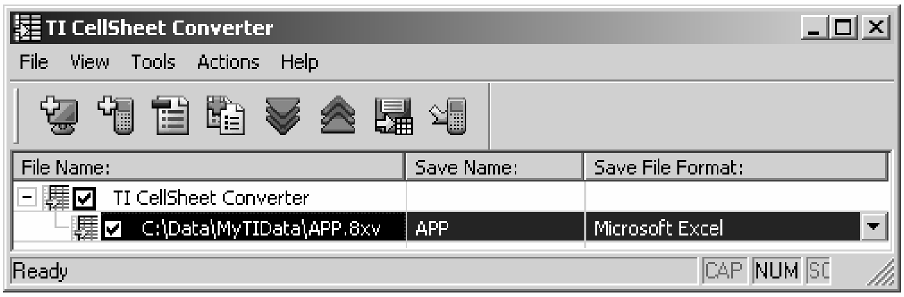
Les outils les plus importants de TI Connect :



TI CellSheet™ Converter ***Gratuit***

TI CellSheet Converter permet de convertir des fichiers d'un tableur ordinateur (Microsoft® Excel, AppleWorks®) depuis et vers le tableur calculatrice TI CellSheet.

TI CellSheet Converter permet aussi de convertir des feuilles de calcul d'un format TI vers un autre, par exemple de la TI-84 Plus vers le Voyage™ 200.



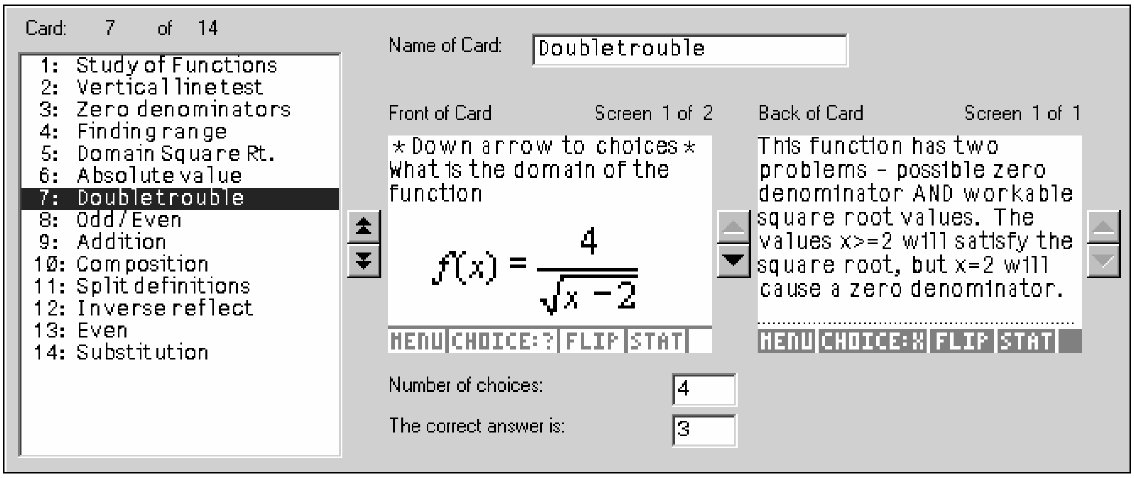
TI Connect doit être installé avant le logiciel de conversion TI CellSheet Converter afin que ce dernier fonctionne correctement.

TI StudyCards™ Creator ***Gratuit***

TI StudyCards est un logiciel où chacun peut créer des fiches (cartes) qui seront affichées sur les calculatrices TI par l'application StudyCards APP.
Les fiches (cartes) peuvent contenir du texte et des images.
On peut créer des fiches sur tous les sujets que l'on veut pour une utilisation avec chaque classe.

Une fois les fiches créées il suffit de les transférer à la calculatrice avec TI StudyCards Creator ou TI Connect.

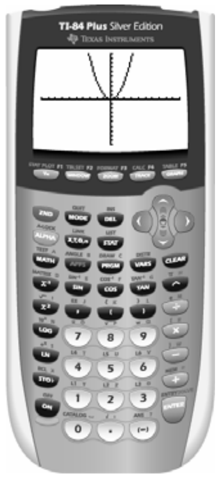
Un exemple pour lequel 14 cartes ont été créées :



TI-SmartView™ *Payant*

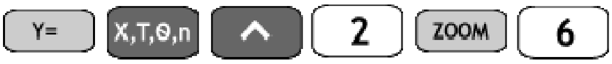
Le logiciel de Ti-SmartView™ donne sur l'écran de l'ordinateur l'émulation d'une calculatrice TI-84 Plus avec toutes ses possibilités et applications. C'est un excellent outil à utiliser personnellement ou dans une salle de classe pour montrer l'utilisation de la calculatrice.

La facilité d'utilisation des copies d'écran, de l'insertion des caractères de la calculatrice (les touches ET les différentes icones de fonctions) facilite la rédaction de documents.



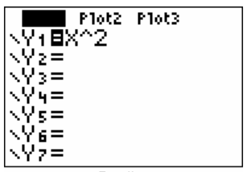
QUELQUES DISPOSITIFS INTERESSANTS :

Un historique des touches utilisées :
Les touches utilisées sont conserves et affichées. Les élèves peuvent suivre à leur rythme les instructions à exécuter. Ces caractères utilises peuvent se copier dans un document (exemple ci-dessous !).



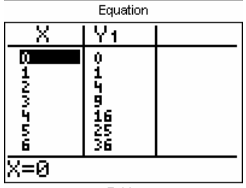
Scripts
Les professeurs peuvent préenregistrer la séquence de touches utilisées pour une action déterminée et l'utiliser dans la classe. Il est facile de créer, éditer, exécuter une instruction, faire une pause et de modifier la vitesse.

CBL 2™ / CBR 2™
Utiliser TI-SmartView sur l'ordinateur et connecter un CBL 2 ou CBR 2, pour collecter des données d'une expérimentation.



Equation

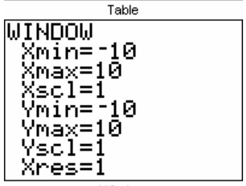
View3™ Feature
On peut projeter jusqu'à trois représentations simultanées de courbe, de tableau, d'équation, de liste et de diagramme statistique. Affiche en plus en grand format l'écran courant de la calculatrice.



Table

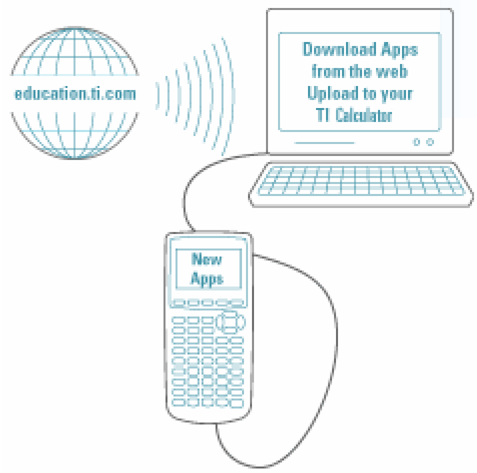
Screen Capture
Il est facile de créer et sauvegarder les captures d'écrans.

SmartPad Application
Utiliser conjointement Ti-SmartView 2.0 et SmartPad APP pour entrer directement les instructions depuis la TI-84 Plus (Silver Edition).
La vente de TI-SmartView n'est prévue que pour les enseignants.



Window

4.2 Comment installer et démarrer des applications



Avant d'installer des applications sur une TI-84 Plus Silver Edition vérifier que TI Connect est bien installé sur l'ordinateur. Sinon, le télécharger sur le site Web de TI : www.education.ti.com.

Vérifier aussi quel système d'exploitation est installé sur la calculatrice : [2nd][MEM]. Choix [1:About]. Le dernier OS mis à jour se trouve sur le site Web mentionné ci-dessus et l'installation d'un nouvel OS s'effectue comme l'installation d'une application.

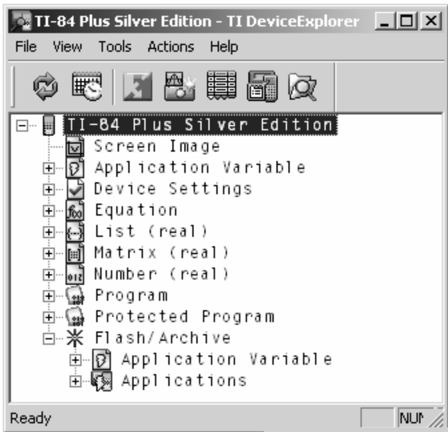
Bien vérifier que la connexion calculatrice ordinateur par un câble TI-GRAPH LINK™ ou un câble USB soit active.

Installer alors une application :

A. Aller sur www.education.ti.com à la page de téléchargement et choisir l'application désirée, la télécharger sur l'ordinateur (observer, retenir le répertoire de téléchargement).

B. Depuis ce répertoire avec l'explorateur de fichiers ou le poste de travail :

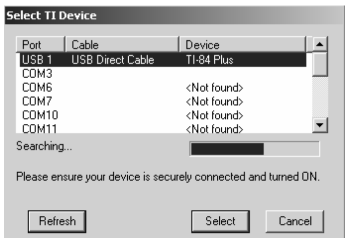
- Transporter le fichier de l'application sur l'icone TI Connect. On peut aussi utiliser TI DeviceExplorer de TI connect et faire de même.



Une possibilité supplémentaire est de faire un clic droit sur le fichier de l'application et choisir dans le menu contextuel [Send to TI Device] … Une assistance propose la marche à suivre.

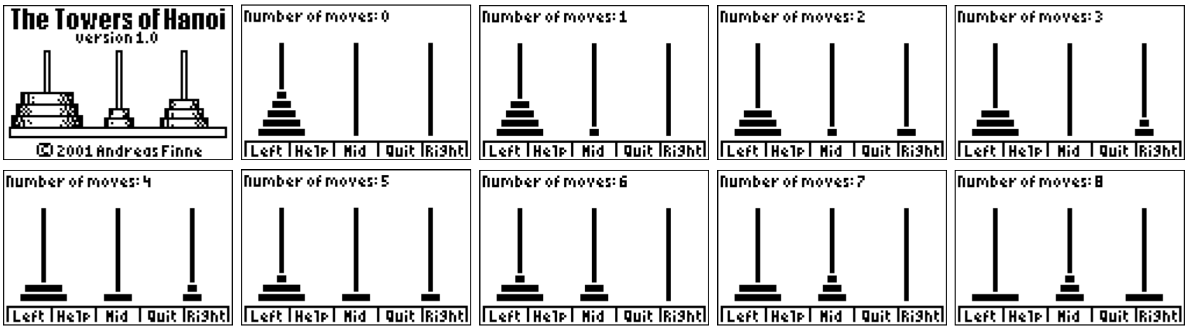
- Les utilisateurs Mac OS X lancent TI Device Explorer depuis TI Connect puis par copier-coller l'application s'installe.

L'application sera installée automatiquement. Il faudra parfois sélectionner la calculatrice avant qu'un transfert d'APPS puisse commencer (par exemple quand vous commutez des calculatrices)



Dès qu'une application est installée, on peut l'utiliser. Touches [APPS][▼] jusqu'à sélectionner l'application, puis [ENTER].

Quelques captures d'écran de l'application « tours de Hanoi ».



Le nombre d'applications qu'il est possible d'installer sur la calculatrice dépend de la taille des applications installées et de la mémoire disponible.

La mémoire d'archivage dans laquelle une application sera installée sur une TI-83 Plus, TI-84 Plus ou TI-84 Plus Silver Edition est découpée en segments. Une application peut utiliser plusieurs segments. Un petit aperçu :

Calculatrice graphique	Flash ROM	Applications (±)
TI-83 Plus	160 KB	10
TI-84 Plus	480 KB	30
TI-84 Plus Silver Edition	1.5 MB	94

V. LES AUTEURS

SERGE ETIENNE

Serge ETIENNE est entré comme professeur dans l'enseignement des mathématiques en 1978. Il publie de nombreux articles dans diverses revues, mathématique, électronique, informatique et calculatrice. A partir de 1990 une partie de ses cours concerne l'informatique. Il donne des cours de formation aux adultes en informatique pour le Conservatoire National des Arts et Métiers (CRA-CNAM). A la fin des années 1990 il participe à la conception et à la réalisation du logiciel JADE d'évaluation de l'éducation nationale (France). Après quelques années à la formation continue des enseignants, il enseigne les mathématiques au lycée FESCH d'Ajaccio. Depuis 1998 il est aussi formateur TI.
Site personnel : http://perso.orange.fr/serge-etienne/ Courriel : serge-etienne@wanadoo.fr

KOEN STULENS

Est conseiller éducatif pour Texas Instruments, formateur T3 en Flandre, Belgique et travaille au département de mathématiques de l'université de Hasselt (Belgique).
Il est co-auteur de « *Statistics with a Graphical Calculator* » et « *Discover Mathematics with Derive* ».
Il a développé de nombreux matériaux (en hollandais) pour l'éducation secondaire pour faire des mathématiques avec les nouvelles technologies. Ces travaux sont consultables sur les sites Web www.scholennetwerk.be et www.t3vlaanderen.be.

HILDEGARD URBAN

Titulaire d'un Ph.D. de physique/mathématiques de l'université de Vienne, d'un diplôme d'université Krems de Donau et d'un diplôme d'ECHA de l'université de Nimègue. Elle enseigne la physique et les mathématiques dans des classes de lycée.
Elle enseigne la physique à de futurs professeurs de collège. Elle est aussi consultant des programmes d'éducation de professeurs et participe à un groupe de projet du ministère de l'éducation pour le rendement d'éducation, les normes d'éducation et l'étude et l'enseignement de base avec de nouveaux médias et technologie. Ses intérêts particuliers sont d'enseigner et apprendre avec de nouveaux médias, la didactique des outils technologiques en physique et les classes spéciales pour les élèves doués.

MARTIN VAN REEUWIJK

Martin van Reeuwijk a cherché et développé des projets dans le domaine de l'éducation des mathématiques pendant plus de quinze années à l'institut de Freudenthal aux Pays Bas.
Dans les années 90, avec Els Feijs il a coordonné le développement des mathématiques dans le programme d'études mathématiques de collège pour étudiants américains.
Le centre d'intérêt principal de Martin réside dans l'algèbre scolaire, l'évaluation, et l'utilisation des technologies dans l'étude et l'enseignement des mathématiques.
Il a dirigé divers projets dans lesquels les possibilités d'Internet et des réseaux (comme e.g. des Java applets) ont été explorées, étudiées et développées.
Depuis le début des années 90 Martin apporte une contribution de rédacteur au bulletin hollandais de TI. Avec Monica Wijers il passe en revue toutes les traductions hollandaises des manuels avec les produits éducatifs TI.