

## Ekvationer med variabler på båda sidor

Syftet med denna aktivitet är att eleverna genom visuella och dynamiska övningar ska förstå att linjära ekvationer med variabler kan ha *Ingen, en* eller ett *oändligt* antal lösningar.

I aktiviteten så ska eleverna flyttar punkten på pilen under tallinjen och observera de förändringar som äger rum i uttrycken på varje sida av likhetstecknet

### Problem 1

$2(x) + -4 = 2(x) + 1$   
Falskt

$2(3) + -4 = 2(3) + 1$   
 $6 + -4 = 6 + 1$   
 $2 = 7$

1. Beskriv skillnaderna hos värdena i uttrycken på vänster och höger sida om likhetstecknet.

*Exempel på svar:* Ett svar kan vara att värdet av uttrycket till höger är större än det till vänster. Skillnaden är 5.

2. Flytta nu pilen för nya värden för x. Vad gäller om skillnaden i värdet för uttrycken?

*Svar:* Skillnaden (differensen) är alltid 5

3. Stefan säger att om han blev ombedd att lösa ekvationen  $2x + -4 = 2x + 1$  så kan han hitta ett värde på x som är en lösning. Erica säger, "Det är omöjligt." Vem är egentligen rätt? Motivera ditt svar.

*Svar:* Erica har rätt Det finns inget värde på x som skulle göra denna ekvation sann. Värdena är aldrig lika därför att på vänster sida lägger man till -4 till  $2x$

och på den högra sidan lägger man 1 till  $2x$ . Den högra sidan kommer alltså alltid att vara större.

I appen räknare kan man skriva in ekvationen och avsluta med ett lodrätt streck och sedan  $x=2$ . Man får då svaret false. Istället för ett enstaka tal kan man ha en lista. Listor skrivs med klammerparenteser och kommatecken mellan talen.

Man kan naturligtvis använda kommandot *solve* också.

$2 \cdot x - 4 = 2 \cdot x + 1 | x = 2 \rightarrow \text{false}$   
 $2 \cdot x - 4 = 2 \cdot x + 1 | x = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$   
 $\rightarrow \{\text{false}, \text{false}, \text{false}, \text{false}, \text{false}, \text{false}, \text{false}\}$

*Tips:* Se till att eleverna förstår förklaringen för fråga 3. Den här typen av resonemang gör att de kan känna igen när ekvationer har eller inte har lösningar.

### Problem 2

Som ett resultat av frågorna i problem 1 ska eleverna nu kunna känna igen de förutsättningar som krävs för en linjär ekvation med variabler på båda sidor har en lösning.

$2(x) + -4 = 3(x) + 1$   
Falskt

$2(1) + -4 = 3(1) + 1$   
 $2 + -4 = 3 + 1$   
 $-2 = 4$

**4. Bestäm x så att differensen mellan de två uttrycken är a) 8 b) 4**

Svar: a) Differensen är 8 när x är 3

b) Differensen är 4 när x är -1.

*Tips:* Fråga nu också eleverna om det finns mer än ett svar till fråga 4.

Det finns ju bara ett svar eftersom när  $x = -5$  är skillnaden mellan uttrycken 0 och när x ökar eller minskar från -5 blir skillnaderna i uttryckens värden större och större. Vissa elever kanske noterar att för varje ökning eller minskning av värdet på x, så växer skillnaden med ett.

**5. Stefan säger att om han blev ombedd att lösa ekvationen  $2x + (-4) = 3x + 1$ , kan han hitta ett värde på x som är en lösning. Erica säger "Det är omöjligt." Vem har rätt? Förklara också ditt svar**

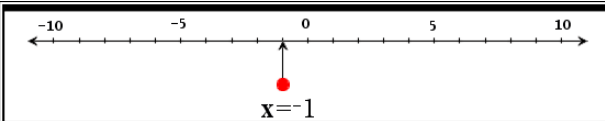
Svar: Stefan har rätt. Det finns ett värde av x som gör denna ekvation sann. Lösningen av ekvationen är  $x = -5$ . När -5 används för x är båda uttrycken lika och har värde -14. Det finns inga andra värden för x som gör att båda uttrycken har samma värde eftersom när x ökar eller minskar från -5 blir skillnaden mellan de två uttrycken större och större.

**6. Vad händer om termen 2 på vänster sida av ekvationen blev 3? Tänk efter ordentligt! Förklara ditt resonemang.**

Ändra nu 2 till 3 och se efter om du är har tänkt rätt.

Svar: Det finns inget värde på x som kan göra denna ekvation sann. Detta beror på att båda sidorna skulle ha en term  $3x$ . I det ena fallet skulle du lägga till -4 till  $3x$  och i det fallet lägga till 1, så kan de aldrig ha samma värde samtidigt.

**Problem 3**


$$4(x) + 3 = 2 \cdot (2x + 1) + 1$$

Sant

$$4(-1) + 3 = 2 \cdot (2(-1) + 1) + 1$$
$$\begin{array}{cc} -4 + 3 & 2 \cdot (-1) + 1 \\ -1 & -1 \end{array}$$

**7. Hur många lösningar finns det till ekvationen  $4x + 3 = 2(2x + 1) + 1$ ? Förklara ditt resonemang.**

Svar: Det finns ett oändligt antal lösningar. Varje värde på x ger att likheten är sann eftersom de två uttrycken är ekvivalenta.

**8. Förenkla ekvationens högra sida genom att använda distributiva lagen och lägga ihop lika termer. Stöder detta ditt svar till fråga 7?**

Svar: Uttrycket blir identiskt med uttrycket på vänster sida så likheten är sanna för alla värden på x.

**9. Beskriv egenskaperna hos en ekvation som**  
a) *Inte* har någon lösning  
b) *En* lösning  
c) *Oändligt* många lösningar

*Tips:* Granska ekvationerna som du har undersökt i den här aktiviteten. Skriv gärna ner ett exempel på en ekvation för varje typ av ekvation.

Svar: a) När lika termer läggs ihop har termen med en variabel i uttrycket på varje sida samma koefficienter men olika konstanter som läggs till den termen.

Exempel:  $3x + 5 = 3x + 7$

Svar: b) När lika termer läggs ihop har termen med en variabel i uttrycket på varje sida av ekvationen olika koefficienter.

Exempel:  $3x + 7 = -2x + 8$

Observera att en ekvation utan lösning inte är samma sak som en ekvation med lösningen  $x = 0$ .

Exempel:  $6x + 5 = 3x + 5$

Svar: c) När lika termer läggs ihop har termen med en variabel i uttrycken på varje sida av ekvationen samma koefficient och uttrycken har samma konstant. Exempel:  $2x + 7 = 2x + 7$