

Thema: Mehrstufige Bernoulli - Experimente

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

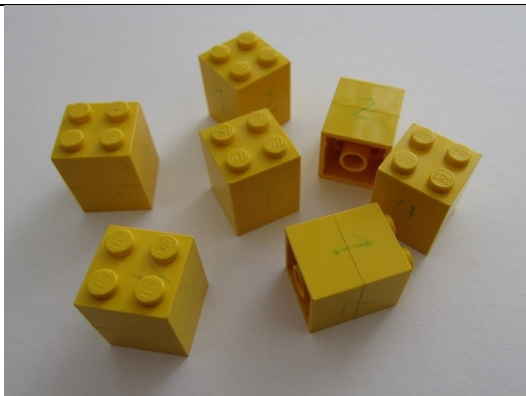
Schlagworte: Bernoulli - Experiment
Baumdiagramme, Pfadadditionsregel, Pfadmultiplikationsregel
Binomialkoeffizient, Binomialverteilung

Unterrichtsmaterial:

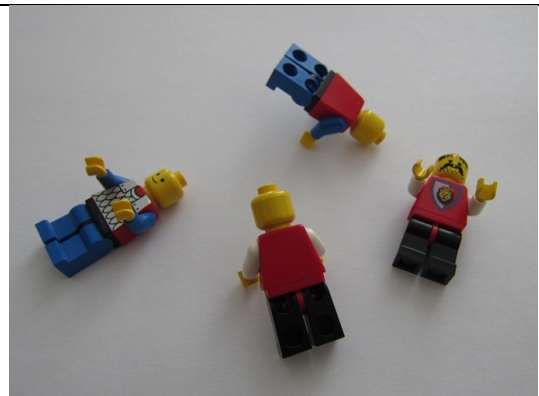
Ein Zufallsexperiment mit genau 2 möglichen Ergebnissen heißt Bernoulli-Experiment.

Arbeitsauftrag:

1. Wähle aus den gegebenen Vorschlägen ein Experiment aus, führe es „sehr oft“ durch und bestimme die **Wahrscheinlichkeit** für Erfolg und Misserfolg als **relative Häufigkeit** bei sehr vielen Versuchen:



Werfen eines „Legowürfels“.
Erfolg: Knöpfe oben
Misserfolg: jede andere Position



Werfen einer „Legofigur“.
Erfolg: jede andere Position außer
Misserfolg: Rückenlage



Werfen eines Glücksschweinchens
Erfolg: jede andere Position außer
Misserfolg: Seitenlage



Werfen eines Reißnagels
Erfolg: Spitze nach oben
Misserfolg: jede andere Position

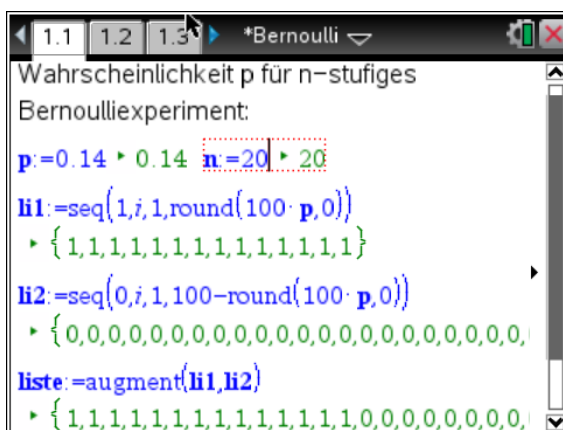
2. Zweistufiges Bernoulli - Experiment:

Experiment:	Theorie:
<p>Führe das Experiment „Werfen von zwei Objekten“ 100 - mal durch (teile die 100 - mal auf mehrere Personen auf.)</p> <ul style="list-style-type: none"> Gib die möglichen Ergebnisse und die zugehörigen relativen Häufigkeiten an! <p>2 Erfolge: (E, E)</p> <p>1 Erfolg: (... , ...), (... , ...)</p> <p>0 Erfolge: (... , ...)</p>	<p>Bestimme für die Ergebnisse die zugehörigen theoretischen Wahrscheinlichkeiten.</p> <pre> graph LR Root(()) --- E1(E) Root --- M1(M) E1 --- E2(E) E1 --- M2(M) M1 --- E3(E) M1 --- M3(M) </pre>

3. Dreistufiges Bernoulli - Experiment:

Experiment:	Theorie:
<p>Führe das Experiment „Werfen von drei Objekten“ 100 - mal durch (teile die 100 - mal auf mehrere Personen auf.)</p> <ul style="list-style-type: none"> Gib die möglichen Ergebnisse und die zugehörigen relativen Häufigkeiten an! <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Bestimme für die Ergebnisse die zugehörigen theoretischen Wahrscheinlichkeiten.</p> <pre> graph LR Root(()) --- E1(E) Root --- M1(M) E1 --- E2(E) E1 --- M2(M) M1 --- E3(E) M1 --- M3(M) E2 --- E4(E) E2 --- M4(M) M2 --- E5(E) M2 --- M5(M) E3 --- E6(E) E3 --- M6(M) M3 --- E7(E) M3 --- M7(M) </pre>

4. Das Experiment wird immer aufwendiger, daher ist eine **Simulation** am Rechner hilfreich. Versuche an Hand der Screenshots herauszufinden, wie hier vorgegangen wurde.



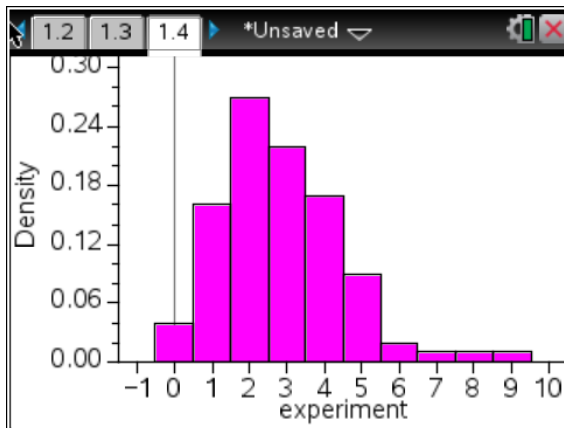
```

Wahrscheinlichkeit p für n-stufiges
Bernoulliexperiment:
p:=0.14 ▶ 0.14 n:=20 ▶ 20
li1:=seq(1,i,1,round(100·p,0))
▶ {1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}
li2:=seq(0,i,1,100-round(100·p,0))
▶ {0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
liste:=augment(li1,li2)
▶ {1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}
    
```



A	B	C
experiment		
1	1	
2	4	
3	4	
4	1	
5	3	
6	2	

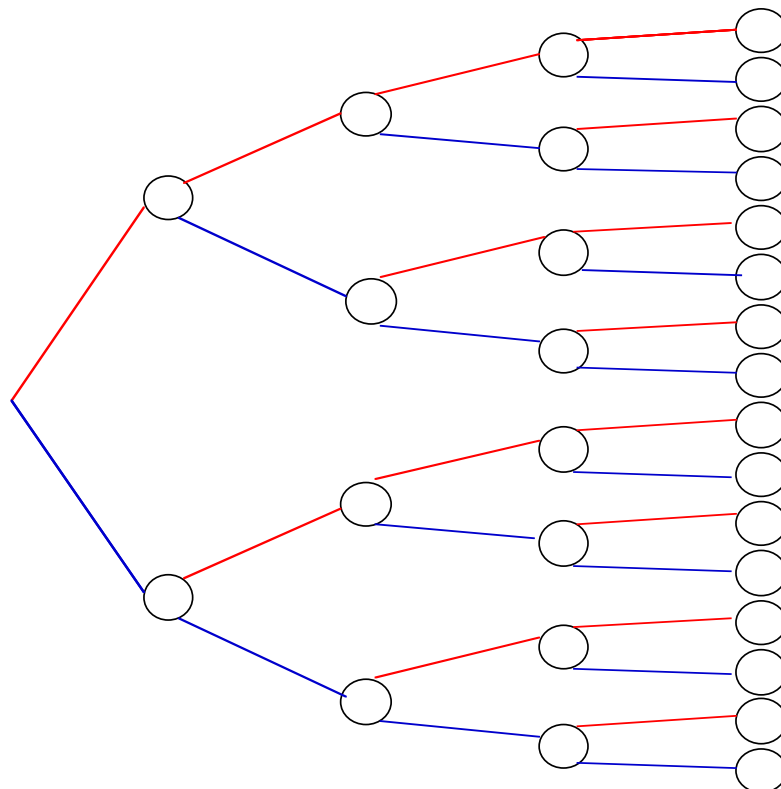
A7 =sum(randsamp(liste,n))



5. Vierstufiges Bernoulli - Experiment:

Auch das Baumdiagramm wird immer aufwendiger, welche Formel kann man für die Wahrscheinlichkeit finden? (Verwende für die Wahrscheinlichkeit die Variable p).

Schreibe rechts neben jeden Pfad die Wahrscheinlichkeit für den Pfad und überlege dann, wie viele Pfade zum selben Ergebnis führen.



Anzahl der Pfade mit 0 Erfolgen:

Anzahl der Pfade mit 1 Erfolgen:

Anzahl der Pfade mit 2 Erfolgen:

Anzahl der Pfade mit 3 Erfolgen:

Anzahl der Pfade mit 4 Erfolgen:

Allgemein:

Gegeben ist ein n – stufiger BERNOULLI – Versuch mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p und der Misserfolgswahrscheinlichkeit (1 - p).

Die Wahrscheinlichkeit für k Erfolge berechnet sich nach der Formel:

$$\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$



Didaktischer Kommentar:

Um die Schüler für die mathematischen Inhalte zu motivieren, wurde eine Aufgabe gewählt, deren Inhalt eine spannende Auseinandersetzung initiieren soll. Vielleicht haben die SuS eigene Ideen für ein geeignetes Experiment.

Bevor zum Bearbeiten binomialverteilter Wahrscheinlichkeitsverteilungen die vordefinierten Befehle `binomPdf()` bzw. `binomCdf()` verwendet werden, bietet diese Aufgabe die Möglichkeit die Formel, die hinter diesen Befehlen steckt, systematisch über die Pfadregeln aufzubauen.

Technologiehilfe:

- In einer Notes – Applikation werden die Wahrscheinlichkeit p und die Anzahl der Stufen n gespeichert und können so jederzeit geändert werden.
- `round(100 * p, 0)`:
Die Wahrscheinlichkeit p wird mit 100 multipliziert und auf Null Stellen gerundet. Man erhält dadurch ganzzahlige Prozentwerte.
- `seq(1, i, 1, round(100 * p, 0))`: Dieser Befehl erzeugt für jedes i, das von 1 bis zur ganzzahligen Prozentangabe läuft, lauter 1en.
- `seq(0, i, 1, 100 - round(100 * p, 0))`: Dieser Befehl erzeugt für jedes i, das von 1 bis zur ganzzahligen Prozentangabe für das Gegenereignis läuft, lauter Nullen.
- `augment(liste1, liste2)`: fügt die beiden Listen zu einer Liste zusammen.
- `randsamp(liste, n)` zieht aus der Liste n mal mit Zurücklegen (also gleichbleibender Wahrscheinlichkeit). Für jeden Erfolg ergibt sich 1, für jeden Misserfolg 0.
- `= sum(randsamp(liste, n))` in eine Zelle der Tabellenkalkulation eingegeben, summiert die Anzahl der Erfolge beim n – stufigen Bernoulli – Experiment. Durch Kopieren der Formel in die Zellen darunter kann dieses Experiment oftmals durchgeführt werden.
- Das Drücken der Tastenkombination `ctrl` r erzeugt in der Tabellenkalkulation immer neue Experimente.
- In einer Data & Statistics Applikation kann man die Ergebnisse graphisch darstellen.