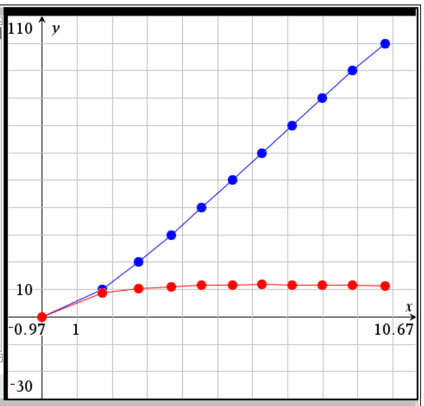
Världsrekordlopp 100 m

I ämnesplanerna i matematik betonas att eleverna ska få möjlighet att använda digitala verktyg. Följande dokument är exempel på tillämning av derivata och integral och är också exempel på hur man med kraftfulla verktyg kan modellera på riktiga data.

Passar utmärkt i slutet av kursen Matematik 3.

Sid 2: Data i kalkylarket på sid 2 är från den amerikanske löparen Maurice Greens världsrekordlopp i Aten 1999. Enligt uppgift så har man med avancerad utrustning mätt hastigheten "momentant" var tionde meter. Vi ska nu göra en modellering av hastighetsdata. Vi börjar med att titta på ett s-t- och ett v-t-diagram.

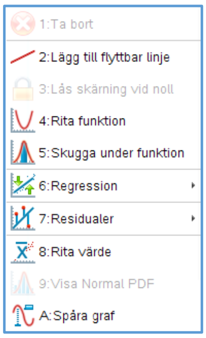
	A tid	B sträcka	C hasti...	D
2	1.71	10	8.71	
3	2.75	20	10.47	
4	3.67	30	11.14	
5	4.55	40	11.5	
6	5.42	50	11.67	
7	6.27	60	11.8	
8	7.12	70	11.68	
9	7.98	80	11.57	
10	8.85	90	11.51	
11	9.79	100	11.3	



Här har vi plottat både avverkad sträcka och hastighet mot tid i *spridningdiagram*. Vi ska nu analysera hastigheten under loppet lite närmare.

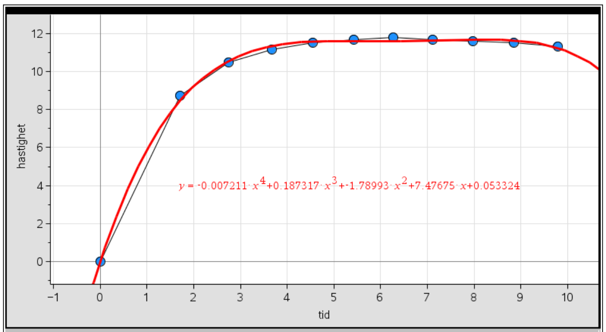
Vi kan se att det tog 1,71 sekunder för Green att tillryggalägga de första 10 meterna. Det ger en medelhastighet på 5,85 m/s. Då har vi inte tagit hänsyn till reaktionstiden, den tid det tar innan löparen reagerar på startskottet. Reaktionstiden brukar ligga på ca 0,150 s för elitlöpare. En reaktionstid under 0,100 sekunder räknas som tjuvstart och löparen blir diskvalificerad.

Sid 3: I ett statistikfönster har vi nu plottat data för hastighet mot tid i ett spridningsdiagram. Dessutom har vi gjort en regressionsanalys med ett fjärdegradsuttryck (röda kurvan). Regression är ett av analysverktygen när man arbetar med två variabler.



Om du klickar på den röda kurvan så ser du ekvationen. Denna ekvation sparas i variabeln RegEqn.

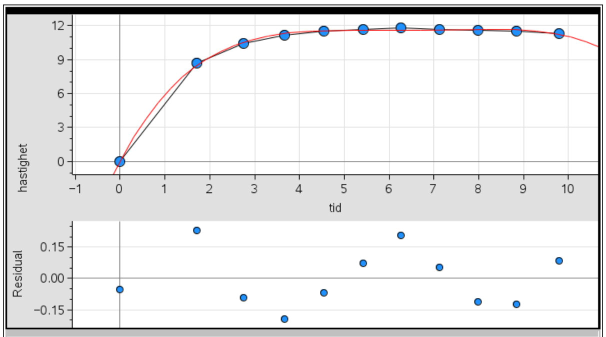
Lägg märke till hur väl kurvan ligger datapunkterna. Vi har fått uppgifterna från en uppsats om matematisk modellering i friidrott.



I ett statistikfönster har vi nu plottat data för hastighet mot tid i ett spridningsdiagram. Dessutom har vi gjort en regressionsanalys med ett fjärdegradsuttryck (röda kurvan). Om du klickar på den röda kurvan så ser du ekvationen. Denna ekvation sparas i variabeln *RegEqn*. Se nästa sida där vi infogat en anteckningssida.

Här kan man utifrån kurvans lutning i olika punkter diskutera hur hastigheten förändras. Speciellt intressant är det i startfasen och slutfasen av loppet. Hur snabbt kan en människa accelerera?

Om vi väljer att också titta på ett *residualdiagram* ser det ut som nedan. Lägg märke till hur nära datapunkterna ligger modellen.



I ett statistikfönster har vi nu plottat data för hastighet mot tid i ett spridningsdiagram. Dessutom har vi gjort en regressionsanalys med ett fjärdegradsuttryck (röda kurvan). Om du klickar på den röda kurvan så ser du ekvationen. Denna ekvation sparas i variabeln *RegEqn*. Se nästa sida där vi infogat en anteckningssida.

Sid 4: Här en anteckningssida där vi infogat resultatet för regressionsanalysen. Från verktygslådan väljer man Beräkningar/Statistik/Statistikresultat

Om vi infogar en ruta för ett matematikuttryck och går till
Beräkningar/Statistik/Statistikresultat
får vi följande

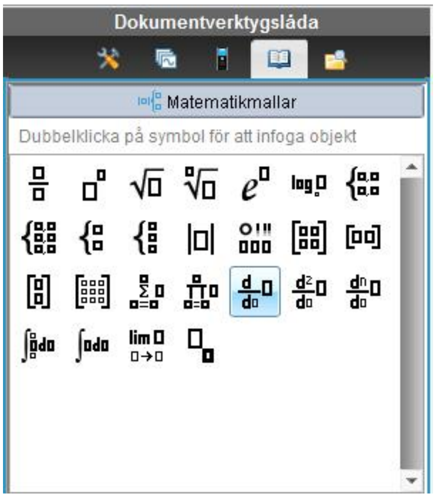
stat.results ▸

"Rubrik"	"Kvartär regression"
"RegEqn"	"a·x^4+b·x^3+c·x^2+d·x+e"
"a"	-0.007211
"b"	0.187317
"c"	-1.78993
"d"	7.47675
"e"	0.053324
"R²"	0.998397
"Resid"	"{...}"

Vi ser alla koefficienter för regressionsekvationen. Den sparas i variabeln **"RegEqn"**.
På nästa sida har öppnat en ny sida med appen Grafer och matat in regressionsekvationen som en funktion.

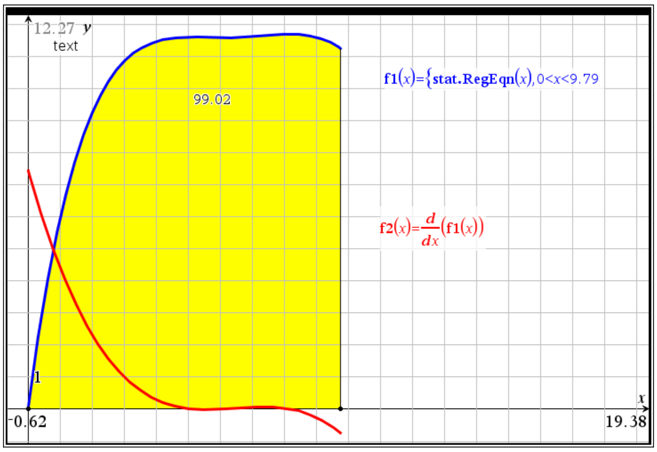
Sid 5: Här har vi öppnat en Graf-sida och matat in regressionsekvationen.

Den blå kurvan är regressionsekvationen enligt modellen för hastigheten. Utifrån den har vi sedan plottat derivatafunktionen, som ju är accelerationen (röda kurvan). Man öppnar fönstret för inmatning av funktioner och väljer sedan mallen för derivata och klickar in den på inmatningsraden och skriver in vilken funktion man ska rita derivatan för, i detta fall $f1(x)$.



Vi ser att löparen enligt modellen har en start-acceleration på drygt 7 m/s^2 och att han accelererar fram till 50 m. Sedan håller han ungefär konstant hastighet fram till 80 m där han sedan börjar sacka - *allt enligt modellen*.

Vi har också gjort en integralberäkning med gränserna 0 och 9,79. Vi ser att vi får värdet 99, vilket stämmer väldigt bra. Det gula området under kurvan motsvarar ju tillryggalagd sträcka.



Nu har vi inte data för de allra första meterna men fysiker har rapporterat om en acceleration på drygt 0,9 *g* för Usain Bolt.

Under olympiaden i London 2012 fick en världs-sprinter tävla med en bil (BMW)och det visade sig att löparen låg före bilen i drygt 30 meter.